

סמסטר קיץ 2016

מועד א', 29.8.2016

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: 3 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

## מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

### הנחיות

- בבחינה זו 10 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סך הנקודות שניתן לצבור במבחן: 118.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- רצוי לנמק את התשובות. במקומות בהם רשום במפורש לנמק, יש לעשות זאת.
- שימי לב כי בבחינה זו 3 עמודים, כולל עמוד זה.

בהצלחה!

**שאלה 1 (30 נק')**

חקור/חקרי את הפונקציה  $f(x) = \ln(1-x^2) - \ln\left(\frac{3}{4}\right)$  על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם  $f$  זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים/י לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת  $f$ , האם היא חד-חד-ערכית, והאם היא מחזורית

**שאלה 2 (8 נק')**

חשב/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan\left(\frac{2^x - x^3}{x^4 + \log_5 x}\right)$$

**שאלה 3 (8 נק')**

תהי  $f(x)$  פונקציה חסומה, המוגדרת על כל המספרים הממשיים. חשב/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1) \cdot f(x)$$

**שאלה 4 (8 נק')**

(א) מצא/י את כל נקודות המינימום, המקסימום והפיתול של הפונקציה  $f(x) = x^{102}$ .

(ב) מצא/י את כל נקודות המינימום, המקסימום והפיתול של הפונקציה  $g(x) = x^{201}$ .

**שאלה 5 (8 נק')**

תהי  $f(x)$  פונקציה הפיכה, ונסמן ב- $f^{-1}(x)$  את הפונקציה ההפוכה לה. נניח כי  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 2$ . מצא/י את  $(f^{-1})'(1)$  (כלומר, את הנגזרת של  $f^{-1}$  בנקודה 1).

**שאלה 6 (10 נק')**

מצא/י כמה פתרונות בדיוק יש למשוואה  $x^5 + 10x = 14$ .

**שאלה 7 (8 נק')**

מצא/י את הנקודות על גרף הפונקציה  $f(x) = e^x - e^2x$  שבהן המשיק לגרף מקביל לציר ה- $x$ . באיזו נקודה משיק זה חותך את ציר ה- $y$ ?

**שאלה 8 (18 נק')**

מבין כל שלשות המספרים החיוביים השונים זה מזה, שסכומם 13 וההפרש בין הגדול לקטן הנו 8, מצא/י את השלשה בעלת המכפלה המקסימלית.

**שאלה 9 (12 נק')**

עבור כל אחת מן הטענות הבאות, קבע/י האם היא נכונה או לא נכונה. אין צורך לנמק.

(א) כל פונקציה מחזורית הנה חסומה.

(ב) כל פונקציה חסומה הנה מחזורית.

(ג) כל פונקציה עולה ממש אינה חסומה.

(ד) כל פונקציה עולה ממש הנה מחזורית.

(ה) כל פונקציה יורדת ממש אינה חד-חד-ערכית.

(ו) כל פונקציה גזירה, שהנגזרת שלה עולה ממש, הנה חד-חד-ערכית.

**שאלה 10 (8 נק')**

תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$  פונקציה רציפה, ותהי  $F(x)$  פונקציה קדומה ל- $f(x)$ . הוכיח/י הוכח כי  $F(x)$  חד-חד-ערכית.