

סמסטר קיץ 2017

מועד א', 19.9.2017

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: 3 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

## מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

### הנחיות

- בבחינה זו 11 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סך הנקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- רצוי לנמק את התשובות. במקומות בהם רשום במפורש לנמק, יש לעשות זאת.
- שימו לב כי בבחינה זו 4 עמודים, כולל עמוד זה.

בהצלחה!

**שאלה 1 (25 נק')**

חקור/חקרי את הפונקציה  $f(x) = x \ln x$  על-פי הסעיפים הבאים:

- (א) מצא/י את תחום ההגדרה
- (ב) מצא/י את תחומי הרציפות
- (ג) קבע/י האם  $f$  זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה
- (ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים
- (ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי
- (ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול
- (ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות
- (ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה
- (ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת  $f$ , האם היא חד-חד-ערכית, והאם היא חסומה

**שאלה 2 (15 נק')**

$$f(x) = \sqrt[3]{\sin x}$$

- (א) מהו תחום ההגדרה של  $f(x)$ ?
- (ב) האם  $f(x)$  מונוטונית? אם כן, עולה או יורדת? אם לא, הסביר/י/הסבר מדוע. נמק/י את תשובתך!
- (ג) האם  $f(x)$  מחזורית? אם כן, מצא/י מחזור. אם לא, הסביר/י/הסבר מדוע. נמק/י את תשובתך!
- (ד) כמה נקודות חיתוך יש ל- $f(x)$  עם ציר ה- $x$ ?
- (ה) כמה נקודות חיתוך יש ל- $f(x)$  עם ציר ה- $y$ ?

**שאלה 3 (10 נק')**

חשבי את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(e+x))^{1/x}$$

**שאלה 4 (6 נק')**

חשבי את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + x^9 + 2^x}{\cos x + x^2 + 9^x}$$

**שאלה 5 (6 נק')**

תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה רציפה וחד-חד-ערכית, ונניח כי  $f(e) = 0$ . מצא/י את תחומי הרציפות של

$$g(x) = \frac{e^{1/x}}{f(x)}$$

**שאלה 6 (9 נק')**

$$\text{נסמן } f(x) = x^3, g(x) = |x|.$$

(א) האם  $f \circ g$  זוגית? האם היא אי-זוגית? הסביר/י/הסבר מדוע.

(ב) האם  $g \circ f$  זוגית? האם היא אי-זוגית? הסביר/י/הסבר מדוע.

(ג) מצא/י את כל הנקודות בהן  $g \circ f$  אינה גזירה (אם יש כאלה).

**שאלה 7 (9 נק')**

נניח כי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  גזירה והפיכה, ומקיימת  $f(-1) = -2$  ובנוסף  $f'(-1) = -3$ . נסמן  $g = f^{-1}$ .

(א) מצא/י את שיפוע הישר המשיק לגרף של הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $x = -1$ .

(ב) מצא/י את שיפוע הישר המשיק לגרף של הפונקציה  $g(x)$  בנקודה  $x = -2$ .

(ג) נסמן  $h = g \circ f$ . מצא/י את שיפוע הישר המשיק לגרף של הפונקציה  $h(x)$  בנקודה  $x = -7$ .

**שאלה 8 (8 נק')**

נניח כי פונקציה  $f(x)$  מקיימת את התנאי הבא: לכל  $x$  ממשי,

$$f(x) - f(0) = x^2 + 7x$$

חשב/י את  $f'(0)$ .

**שאלה 9 (12 נק')**

נגדיר

$$f(x) = \sin x + \ln x + x$$

(א) הוכיח/י/הוכח כי קיים  $c$  בקטע  $(0, 1)$  עבורו  $f(c) = 0$ .

(ב) הוכיח/י/הוכח כי  $f(x)$  עולה ממש.

**שאלה 10 (12 נק')**

הסכום של שני מספרים חיוביים הנו 24. מה צריכים להיות שני המספרים הללו, כדי שמכפלת האחד בריבוע של האחר תהיה מקסימלית? מה תהיה תוצאת המכפלה המקסימלית?

שימ/י לב: שאלה נוספת בעמוד הבא!

**שאלה 11 (8 נק')**

נסמן  $f(x) = |x|$ , ותהי  $F(x)$  פונקציה קדומה ל- $f(x)$ . מצא/י את תחומי העלייה, הירידה, הקמירות והקעירות של  $F(x)$ .