

סמסטר קיץ 2017

מועד ב', 1.10.2017

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: 3 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

- בבחינה זו 10 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סך הנקודות שניתן לצבור במבחן: 120.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- יש לכתוב את התשובות במחברת הבחינה. תשובות שייכתבו על טופס השאלון לא ייבדקו.
- רצוי לנמק את התשובות. במקומות בהם רשום במפורש לנמק, יש לעשות זאת.
- שימו לב כי בבחינה זו 4 עמודים, כולל עמוד זה.

בהצלחה!

שאלה 1 (25 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \frac{\sin(355)}{1-x^2}$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים/י לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , האם היא חד-חד-ערכית, והאם היא מחזורית

שאלה 2 (15 נק')

נגדיר $f(x) = \sqrt[355]{\sin x} + 2$.

(א) מהו תחום ההגדרה של $f(x)$?

(ב) מהי התמונה של $f(x)$?

(ג) האם $f(x)$ מחזורית? אם כן, מצא/י מחזור. אם לא, הסביר/י/הסבר מדוע. נמק/י את תשובתך!

(ד) כמה נקודות חיתוך יש ל- $f(x)$ עם ציר ה- x ?

(ה) כמה נקודות חיתוך יש ל- $f(x)$ עם ציר ה- y ?

שאלה 3 (16 נק')

חשב/י את הגבולות הבאים (או קבע/י שאינם קיימים):

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} x \sqrt{x + x^{-2}} \quad (\text{ב}) \qquad \lim_{x \rightarrow -1^-} x \sqrt{x + x^{-2}} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \sqrt{x + x^{-2}} \quad (\text{ד}) \qquad \lim_{x \rightarrow 0^-} x \sqrt{x + x^{-2}} \quad (\text{ג})$$

שאלה 4 (6 נק')

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה הפיכה, ונסמן $g = f^{-1}$. חשב/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|f \circ g(x)|}{1-x}$$

שאלה 5 (8 נק')

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה ועולה ממש, ונניח כי $f(1) = -2$ ו- $f(2) = 3$. הוכיחי/הוכח כי לפונקציה

$$g(x) = \frac{e^{1/x}}{f(x)}$$

יש בדיוק 2 נק' אי-רציפות.

שאלה 6 (6 נק')

עבור כל אחת מבין הפונקציות הבאות, קבע/י האם היא זוגית או לא, האם היא אי-זוגית או לא, והאם היא חסומה או לא:

(א) $f(x) = \sin(\tan x)$

(ב) $f(x) = \tan(\cos x)$

שאלה 7 (10 נק')

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה גזירה. נניח כי שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה f בנק' $x = e$ הנו 3, ונניח בנוסף כי $f(e) = \pi$.

(א) מצא/י את שיפוע הישר המשיק לגרף של הפונקציה $g(x) = f(e^x)$ בנקודה $x = 1$.

(ב) מצא/י את שיפוע הישר המשיק לגרף של הפונקציה $h(x) = e^{f(x)}$ בנקודה $x = e$.

שאלה 8 (16 נק')

מבין כל הגלילים ששטח הפנים שלהם (כולל הבסיסים) הנו 2π סמ"ר, מצא/י את זה שנפחו מקסימלי.

שאלה 9 (6 נק')

יהיו $f(x)$, $g(x)$ פונקציות המוגדרות על כל הישר הממשי, ונסמן $h(x) = f(x) + g(x) + 3$. הוכיחי/הוכח כי אם $F(x)$ פונקציה קדומה של $f(x)$ ו- $G(x)$ פונקציה קדומה של $g(x)$, אז הפונקציה

$$H(x) = F(x) + G(x) + 3x + 7$$

הנה פונקציה קדומה של $h(x)$.

שימ/י לב: שאלה נוספת בעמוד הבא!

שאלה 10 (12 נק')

עבור כל אחת מן הטענות הבאות, קבע/י אם היא נכונה או שאינה נכונה. **אין צורך לנמק!**

- (א) יש פונקציות עולות ממש שהן אי-זוגיות
- (ב) כל פונקציה גזירה היא עולה ממש
- (ג) כל פונקציה רציפה היא זוגית
- (ד) כל פונקציה יורדת ממש חותכת את ציר ה- y
- (ה) כל פונקציה מונוטונית היא רציפה
- (ו) כל פונקציה מחזורית חותכת את ציר ה- x