

סמסטר קיץ 2018

מועד א', 16.8.2018

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: 3 דפי נוסחאות ומחשבון מדעי לא גרפי

בחינה בקורס

מתמטיקה (למדעי החיים ולרפואה)

מרצה: פלג מיכאלי

הנחיות

- בבחינה זו 11 שאלות. משקל כל שאלה רשום בצידה. סך הנקודות שניתן לצבור במבחן: 114.
- יש לענות על כל השאלות. הציון הסופי הנו המינימום בין 100 לסך הנקודות שנצברו בבחינה.
- רצוי לנמק את התשובות. במקומות בהם רשום במפורש לנמק, יש לעשות זאת.
- יש להגיש את דפי הנוסחאות עם הבחינה. יש לרשום על דף הנוסחאות ועל טופס הבחינה מספר תעודת זהות בלבד.
- שימו לב כי בבחינה זו 4 עמודים, כולל עמוד זה.

בהצלחה!

שאלה 1 (25 נק')

חקור/חקרי את הפונקציה $f(x) = \ln(\ln x)$ על-פי הסעיפים הבאים:

(א) מצא/י את תחום ההגדרה

(ב) מצא/י את תחומי הרציפות

(ג) קבע/י האם f זוגית, אי-זוגית, או אף אחד מאלה

(ד) מצא/י את נקודות החיתוך עם הצירים

(ה) מצא/י את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון המקומי

(ו) מצא/י את תחומי הקמירות והקעירות ואת נקודות הפיתול

(ז) מצא/י את האסימפטוטות האנכיות והמשופעות

(ח) שרטט/י את גרף הפונקציה. שים לב: השרטוט צריך להיות תואם ליתר התוצאות בשאלה

(ט) בעזרת השרטוט, קבע/י מהי תמונת f , האם היא חד-חד-ערכית, והאם היא חסומה.

שאלה 2 (15 נק')

$$\text{נגדיר } f(x) = \arctan^3 x + \frac{\pi^3}{8}$$

(א) מהו תחום ההגדרה של $f(x)$?

(ב) מהי התמונה של $f(x)$? האם היא חסומה?

(ג) האם $f(x)$ מחזורית? אם כן, מצא/י מחזור. אם לא, הסביר/י/הסבר מדוע. נמק/י את תשובתך!

(ד) האם $f(x)$ זוגית? האם היא אי-זוגית?

(ה) מצא/י את כל האסימפטוטות האנכיות והמשופעות של $f(x)$.

שאלה 3 (6 נק')

חשבי את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$$

שאלה 4 (6 נק')

חשבי את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x \cdot \left(\frac{\sin 3}{1+x} \right)$$

שאלה 5 (10 נק')

נניח כי $f(x)$ פולינום ממעלה 2. נניח כי ל- $f(x)$ יש שני שורשים: $\sqrt{2}$ ו- $\sqrt{3}$. נניח גם כי $f(0) = \sqrt{6}$. מצא/י את כל נקודות הקיצון של $f(x)$.

שאלה 6 (4 נק')

נתבונן בפונקציה

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + \sin(3.2)}$$

בכמה נקודות $f(x)$ אינה מוגדרת?

שאלה 7 (12 נק')

נניח כי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ו- $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ הפיכות וגזירות. נניח כי מתקיים

$$f(1) = 2 \quad f'(1) = 3$$

$$g(2) = 4 \quad g'(2) = 5$$

כמו כן, נסמן $h = g \circ f$ ובנוסף $k = f^{-1} \circ g^{-1}$.

(א) מצא/י את $h(1)$ ואת $h'(1)$.

(ב) מצא/י את $k(4)$ ואת $k'(4)$.

(ג) נסמן $\ell = k \circ h$. מצא/י את $\ell(6)$ ואת $\ell'(6)$.

שאלה 8 (12 נק')

תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה עבודה מתקיים כי $f(0) = 0$, ובנוסף, לכל a ממשי,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \cos(a^2)$$

(א) מצא/י את תחומי הרציפות של $f(x)$.

(ב) חשבו/י את הגבול הבא (או קבע/י שאינו קיים):

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

(ג) האם $f(x)$ מונוטונית? אם כן: עולה או יורדת? אם לא: הסבירו/הסבר מדוע!

(ד) האם ב- $x = 0$ יש ל- $f(x)$ נקודת קיצון? אם כן: מינימום או מקסימום? אם לא: הסבירו/הסבר מדוע!

שאלה 9 (10 נק')

מצא/י את המספר החיובי שאם נוסיף לו פעמיים את המספר ההופכי לו הסכום המתקבל יהיה מינימלי.

שאלה 10 (6 נק')

תהי $F(x)$ פונקציה קדומה של

$$f(x) = \sin\left(e^{x^2/2}\right) + 2018$$

כמה נקודות חיתוך יש ל- $F(x)$ עם ציר ה- x ?

שאלה 11 (8 נק')

עבור כל אחת מן הטענות הבאות, קבע/י אם היא נכונה או שאינה נכונה. **אין צורך לנמק!**

(א) אם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x אז 0 בהכרח נמצא בתחום ההגדרה של הפונקציה.

(ב) אם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x אז 0 בהכרח נמצא בתמונה של הפונקציה.

(ג) אם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y אז 0 בהכרח נמצא בתחום ההגדרה של הפונקציה.

(ד) אם גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y אז 0 בהכרח נמצא בתמונה של הפונקציה.