

הערה פתרון התרגיל הזה דרש לעתים מעט יצירתיות. אל תחששו אם לא חשבתם על כל הדוגמאות בעצמכם – נסו בעיקר להבין את הדוגמאות שרשמתי כאן.

1. תהי $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

(א) כמה נקודות חיתוך יש ל- f עם ציר ה- y ?

• לכל פונקציה שמוגדרת ב-0 יש בדיוק נקודת חיתוך אחת עם ציר ה- y .

(ב) האם ייתכן ש- f חסומה?

• כן (יכול להיות ש- f הנה הפונקציה \sin , למשל).

2. מצאו דוגמה לפונקציה שאינה חותכת את ציר ה- y .

• כל פונקציה שאינה מוגדרת ב-0 הנה כזו. למשל, $f(x) = \frac{1}{x}$.

3. האם קיימת פונקציה שחותכת את ציר ה- y יותר מפעם אחת?

• לא.

4. מצאו דוגמה לפונקציה $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שהתמונה שלה הנה $\mathbb{R} \setminus \{7\}$.

• הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x & x \neq 7 \\ 8 & x = 7 \end{cases}$$

מקיימת זאת.

5. מצאו דוגמה לפונקציה $f : \mathbb{R} \setminus \{7\} \rightarrow \mathbb{R}$ שהנה על.

• הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x-7) & x > 7 \\ 0 & x < 7 \end{cases}$$

מקיימת זאת.

6. מצאו דוגמה לפונקציה $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שהתמונה שלה הנה $[7, \infty)$.

• הפונקציה $f(x) = x^2 + 7$ מקיימת זאת.

7. מצאו דוגמה לפונקציה $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שהתמונה שלה הנה $(7, \infty)$.

• הפונקציה $f(x) = 2^x + 7$ מקיימת זאת.

8. מצאו דוגמה לפונקציה $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שהתמונה שלה הנה $(-1, 1)$.

• הפונקציה $f(x) = \frac{\arctan x}{\pi/2}$ מקיימת זאת.

9. מצאו דוגמה לפונקציה חד חד ערכית שאינה מונוטונית.

• הפונקציה $f(x) = 1/x$ הנה חד חד ערכית אך לא מונוטונית.

10. מצאו דוגמה לפונקציה עולה-ממש חסומה.
- הפונקציה $f(x) = \arctan x$ הנה עולה-ממש אך חסומה.
11. האם קיימת פונקציה עולה-ממש זוגית?
- לא. אם היא זוגית ועולה-ממש על החיוביים אז היא יורדת-ממש על השלילים, ולהיפך.
12. מצאו דוגמה לפונקציה עולה-ממש אי-זוגית.
- הפונקציה $f(x) = x$ הנה עולה-ממש ואי-זוגית.
13. מצאו דוגמה לפונקציה חסומה זוגית.
- הפונקציה $f(x) = \cos x$ הנה חסומה וזוגית.
14. מצאו דוגמה לפונקציה חסומה אי-זוגית.
- הפונקציה $f(x) = \sin x$ הנה חסומה ואי-זוגית. גם הפונקציה $f(x) = \arctan x$ הנה כזו.
15. מצאו דוגמה לפונקציה חסומה שאינה זוגית ואינה אי-זוגית.
- הפונקציה $f(x) = \sin(x+1)$ הנה חסומה, אך היא אינה זוגית ואינה אי-זוגית, שכן

$$\begin{aligned} f(1) &= \sin 2 \\ f(-1) &= \sin 0 \end{aligned}$$

וערכים אלה אינם שווים ואינם נגדיים.

16. מצאו דוגמה לפונקציה עולה-ממש שאינה חותכת את ציר ה- x .

- הפונקציה $f(x) = 7^x$ הנה כזו.

17. מצאו דוגמה לפונקציה עולה-ממש שאינה חותכת את ציר ה- y .

- הפונקציה $f(x) = \log_7 x$ הנה כזו.

18. מצאו דוגמה לפונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימת $f(1) = 2, f(-1) = 2$, אך שאינה זוגית.

- הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x & x \neq \pm 1 \\ 2 & x = \pm 1 \end{cases}$$

הנה כזו. וגם הפונקציה $f(x) = x(x-1)(x+1) + 2$ הנה כזו, שכן

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1) \cdot (-2) \cdot 0 + 2 = 2 \\ f(1) &= 1 \cdot 0 \cdot 2 + 2 = 2 \end{aligned}$$

אך היא אינה זוגית (בדקו זאת!)

19. מצאו דוגמה לפונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימת $f(1) = 2$, $f(-1) = -2$, אך שאינה אי זוגית.

• הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x > -1 \\ -2 & x \leq -1 \end{cases}$$

מקיימת זאת.

20. מצאו דוגמה לפונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימת $f(1) = 2$, $f(-1) = -2$, ש-0 אינו בתמונה שלה.

• הדוגמה של הסעיף הקודם מתאימה גם לסעיף הזה.

הערה לגבי תרגיל 5 הישן הפתרון לשאלה 4 סעיף ג' אינו מדויק. התשובה צריכה להיות "הפונקציה הזו אינה אלא $|x|$ ".