

מבוא לתורת הקבוצות – תרגיל 7

להגשה עד ליום חמישי ה-5 בינואר 2012

1. חשבו את עוצמת כל אחת מבין הקבוצות הבאות:

- (א) קבוצת הסדרות הבינאריות שאינן מכילות את הרצף 00
- (ב) קבוצת הסדרות הבינאריות שאינן מכילות את הרצף 01
- (ג) קבוצת הסדרות הבינאריות שאינן מכילות את הרצף 011
- (ד) קבוצת הסדרות הבינאריות שאינן מכילות את הרצף 00 וגם לא את הרצף 11
- (ה) קבוצת הסדרות הבינאריות שהן 0 בכל המקומות הזוגיים
- (ו) קבוצת הסדרות הבינאריות שהן מחזוריות החל ממקום מסוים
- (ז) קבוצת הסדרות הבינאריות שבכל תחילית שלהן מספר ה-1ים גדול או שווה למספר ה-0ים
- (ח) קבוצת הסדרות הבינאריות שבכל תחילית זוגית שלהן מספר ה-1ים שווה למספר ה-0ים
- (ט) קבוצת הסדרות החשבוניות שכל איבריהן שלמים

2. עבור כל אחת מן הקבוצות הבאות החליטו האם היא בהכרח סופית או בת-מניה, ונמקו:

- (א) קבוצה של עיגולים (כולל פנים – ●) זרים במישור
- (ב) קבוצה של מעגלים (ללא פנים – ○) זרים במישור
- (ג) קבוצה של למניסקטות (אובייקטים מהצורה ∞) זרות במישור
- (ד) קבוצה של ישרים זרים במישור
- (ה) קבוצה של מעגלים זרים במישור, כך שלכל שני מעגלים שונים קיים אחד שרדיוסו הנו בגודל לכל היותר מחצית מהרדיוס של השני

3. יהיו קבוצות x_1, x_2 כך ש- $|x_1| \leq |x_2|$. הוכיחו כי $|\mathcal{P}(x_1)| \leq |\mathcal{P}(x_2)|$.

4. יהיו קבוצות x_1, x_2, y_1, y_2 כך ש- $|x_1| = |x_2|$ וגם $|y_1| = |y_2|$.

(א) הוכיחו כי $|x_1^{y_1}| = |x_2^{y_2}|$.

(ב) תהי $\mathcal{I}(y, x)$ קבוצת הפונקציות החח"ע מ- y ל- x . הוכיחו כי $|\mathcal{I}(y_1, x_1)| = |\mathcal{I}(y_2, x_2)|$.

(ג) תהי $\mathcal{S}(y, x)$ קבוצת הפונקציות מ- y על x . הוכיחו כי $|\mathcal{S}(y_1, x_1)| = |\mathcal{S}(y_2, x_2)|$.

(ד) תהי $\mathcal{B}(y, x)$ קבוצת הפונקציות ההפיכות מ- y ל- x . הוכיחו כי $|\mathcal{B}(y_1, x_1)| = |\mathcal{B}(y_2, x_2)|$.

5. חשבו את עוצמת כל אחת מבין הקבוצות הבאות:

- (א) $\mathcal{I}(\mathbb{N}, \mathbb{N})$
- (ב) $\mathcal{S}(\mathbb{N}, \mathbb{N})$
- (ג) $\mathcal{B}(\mathbb{N}, \mathbb{N})$
- (ד) $\mathcal{B}(\mathbb{Z}, \mathbb{Q})$
- (ה) $\mathcal{S}(\mathbb{N}, \mathbb{R})$