

## מבוא לתורת הקבוצות – תרגיל 1

להגשה עד ליום שני, ה-26 במרץ 2012

**חשוב:** נא להגיש את העבודות משודכות, וללא דפים עם קצוות תלושים!

1. נניח כי המשפטים הבאים מתוארים על ידי הפסוקים האטומיים הנתונים:

- $p$  – הבורסה נפלה
- $q$  – אנשים קופצים מהגג
- $r$  – הכל אבוד
- $s$  – הציבור מטומטם

הצרינו את הטענות הבאות בעזרת הקשרים  $\neg, \rightarrow, \leftrightarrow, \vee, \wedge$  בלבד:

- (א) אם הבורסה נפלה, אז הציבור מטומטם, ואם הוא אינו מטומטם, אנשים קופצים מהגג, ואם אנשים קופצים מהגג, הכל אבוד.
- (ב) או שהציבור מטומטם, או שאם הבורסה נפלה או שאנשים קופצים מהגג, אז הכל אבוד.
- (ג) לא הכל אבוד! והציבור אינו מטומטם.

2. הוכיחו כי כללי ההיסק הבאים נאותים:

$$\frac{\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)}{\alpha \vee \gamma} \quad (\text{ג}) \qquad \frac{\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)}{(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)} \quad (\text{ב}) \qquad \frac{\neg(\alpha \vee \beta)}{(\neg\alpha) \wedge (\neg\beta)} \quad (\text{א})$$

3. מבין הפסוקים הבאים, מצאו את הטאוטולוגיות והסתירות (אם יש):

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p) \quad (\text{א}) \\ & (p \rightarrow q) \leftrightarrow ((\neg q) \rightarrow (\neg p)) \quad (\text{ב}) \\ & q \rightarrow (p \wedge (\neg p)) \quad (\text{ג}) \\ & (p \wedge (\neg p)) \rightarrow q \quad (\text{ד}) \end{aligned}$$

4. מצאו לכל אחד מן הפסוקים הבאים פסוק השקול לו טאוטולוגית, ובו הקשרים  $\neg, \wedge$  בלבד:

$$\begin{aligned} & p \rightarrow (\neg q) \quad (\text{א}) \\ & p \vee q \quad (\text{ב}) \end{aligned}$$

5. הוכיחו כי לפסוק  $p \rightarrow (\neg q)$  אין פסוק השקול לו טאוטולוגית ובו הקשרים  $\vee, \leftrightarrow$  בלבד.