

מבוא לתורת הקבוצות – תרגיל 1

להגשה עד ליום שני/רביעי, ה-12/14 בנובמבר 2012

חשוב: נא להגיש את העבודות משודכות, וללא דפים עם קצוות תלושים!

1. לכל טבעי נסמן: $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$. לכל שני מספרים טבעיים m, n נסמן $m | n$ אם m מחלק את n ו- $n \nmid m$ אם m אינו מחלק את n . רשמו במפורש את איברי הקבוצות הבאות:

$$C_n = A_n \Delta B_n \quad B_n = \bigcap_{k \in [n]} [k] \quad A_n = \bigcup_{k \in [n]} \{k\}$$

$$E_n = \bigcup_{k \in [n]} D_k \quad D_n = A_n \setminus \{k : k | n\}$$

2. הוכיחו/הפריכו:

(א) לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $(A \cap B) \setminus C = A \Delta (C \setminus B)$

(ב) לכל שתי קבוצות A, B מתקיים $A \subseteq \{A, B\}$

(ג) לכל קבוצה A מתקיים $A \Delta \{A\} = \emptyset$

3. יהיו קבוצות A_1, \dots, A_n נסמן:

$$\prod_{k \in [n]} A_k = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$$

הוכיחו כי $\prod_{k \in [n]} A_k \neq \emptyset$ אם ורק אם לכל $k \in [n]$ מתקיים $A_k \neq \emptyset$.

4. * מצאו קבוצה $A \neq \emptyset$ המקיימת $A \times A \subseteq A$, או הוכיחו כי אין כזו.