

באן נכריק אג אמ מוהק, אוואט שבעל מצב שבו ה- multip.
היא קבועה עכל היאר נגון ערטל אג הליק הבה. עמאעיס סל"פ
עשע, צה נכע.

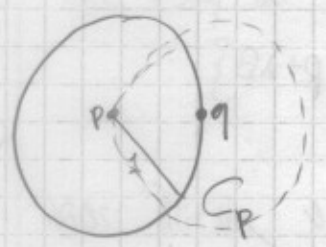
$I = O(m+n+m^{2/3}n^{2/3})$: יאקה וקנ'ים עס סן :

הקרה הבה מצבי אג הבהיה סע אודול : אמק' יאקה/אמק'ס אוכריס
Erdős : Unit Distances/Repeated Dist. (1946)

$C_0 - P$ סע חק' בא'סור. כלה זאלט סן אומק 1.

עמאעיס מה שיקרו היצע הוא סיה סע פטון עבסיה. עק.

עס P , נציר מעל כדיוס 1 האוככע ה- P .



$p \in C_q, q \in C_p \iff |pq|=1$

$\# \iff$ ה- dist'ant היא $\frac{1}{2}$ מחולק ג'ו נ נק' סע P $1-n$ מצבי האוקה).

והיצע האכאן $(\binom{m}{n})$ שפה $O(n^{1/2})$.

העק ה- יג שנתנו לא יוקע'ים אסי צה העק.

אידעל הרהו בניה, עס וסס ממון קי רוק, הלקח מה- grid : n^{1+}

אצ'ריס רעל, ורוכיס עציר מעליס שעלויס קוק הרהו נק', ומהקן אסויס
רוכיס שיהיה מסר שופטי עכא אמו כערכ'ס רעל כסכס סע 2 היבוע'ס.

יהבסיה $\sqrt{\text{מס'נ'ג}}$ באומק, כעל הנהיה הבה...

אמה הנהו אעבוק עס translates סע פ עקס קוק

אכסר עכרוס אכ stricly convex, כפי של נעטל היבוע'ס



והבאנה הארכיג היא שקרק כן זוכ נק' יש יק 2 translates (אבאט עכיס) הוהריס
דרכס, אכס כן צה סע אעלוק נמק עכס היור עמו'ים.
נעש עס נמון עבוק סמאנו דוק'ים, הלקח הוהלון

אם זה משת"ן?

כי ניתן להגדיר סדרה כבנקים האלקטרוניים מסוימים.
לחקירי



B = כקור י'יקו ה-norm מסויים.

B גיבם להיות קומו אוטומטי סביב האמצע

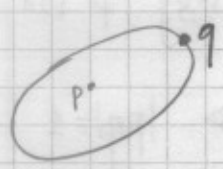
$\|x\| =$ scaling factor ה- B פס x הנצטו עם הנצטו של



כאמ אלו, כמנה ממון א ב כני טימור קרק x.

ואתו באכן יגרי כללי:

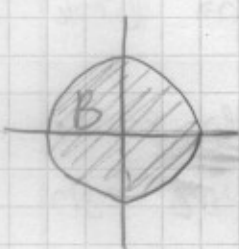
$$d_B(p, q) = \min \{ \lambda \mid q \in p + \lambda B \}$$



אפשר להכיר שזה מאריך, כי $d_B(p, q) = d_B(q, p)$ וזה כל מ'י.

אם הבטי שפירו הוא ש-p נמצא עם הנצטו של q כה גס היא ה-B-distance ממון. ההחנה כדוק אלו קבר.

\Leftarrow # הכולל ה-B-dist = 1 היא $O(n^{1/3})$.



נניח B מוס ע'י $|y| = 1 - x^2$ ו'שנה
כתייה פר $O(n^{1/3})$ של B-מנקים = 1. עוקים גריד:

$$P = \left\{ \left(\frac{i}{k}, \frac{j}{k^2} \right) \mid \begin{matrix} i=1, \dots, k \\ j=1, \dots, k^2 \end{matrix} \right\}$$

א במחל, כן ב- $n = |P| = k^3$.

הצנן ו'ג (נצרה):



$$y - \frac{j}{k^2} = 1 - \left(x - \frac{i}{k}\right)^2$$

↓

$$\frac{b-j}{k^2} = 1 - \left(\frac{a-i}{k}\right)^2 \rightarrow b-j = k^2 - (a-i)^2$$

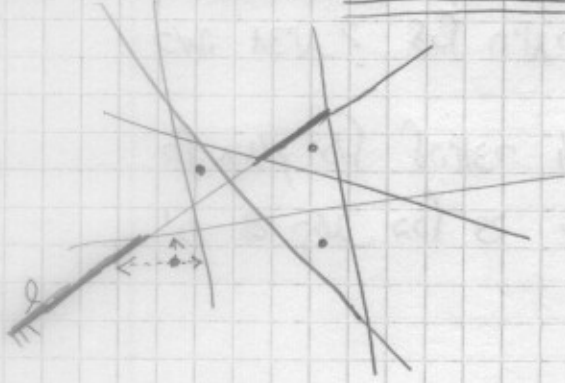
נימם סמאי א סיכיס שלים ס-א, וקנה סתיס הוואס ס-ב.

כ translate יעבור קרק בערך א נ' של P. $\Leftarrow k^4 \sim$ אלו. $O(n^{1/3})$.

כאשר, אם אנשים עמרו את ה-norm, אז אפשר למצוא קנייה הק/קה, אך
 אחר עו. אחרת הוא/היא/י, זה עדיין בטוב. אולי משה מילודי בוד?

וכבר למשה קצת יותר גאומטרי של זה.

אם $k = k(m, n)$ על הסיבולט של m פאלה סלוקין של n ישנים

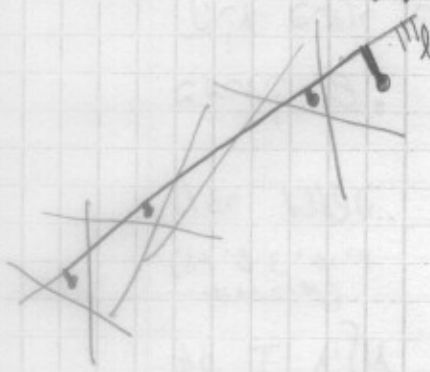


נבחר פאלה מסוימת.
 קודם היו לנו מילודי וקובילון עם
 מילודי הנמצאת עם קווים.
 כרגו יש לנו נק' עילומת קווים.

נבחר נק' אתה בט פאה p_1, \dots, p_m
 נרצה לעסוק את # הנולד (מק) כך ש- p יכלו "לכנות" את l
 נק' חסוד ישר אוק הנו מוסק אוג הנו של p .

נשאל באיך מילודי ה-crossings.

נב"ר אכל $G = (V, E)$. הקודים יהיו $V = \{p_1, \dots, p_m\}$
 סביב הקטור, נקודת ישר לזכר של הישר. נסגור על כל הפאלה ש- l מוסק בצד
 כל קטר מברר בולט של נק' חסוד על פאלה אלו.



עכין, כל קטר היה בעצם מילודי של 3 קטרים ישנים
 משה מילודי על ישר l .

היה עו בהכרח פאלה:



אז מה היה ה-multiplicity? פאלה, בהנחה פאלה, כמה ישנים יכלו לברר
 את שניהם כך שהם גואו בצד.

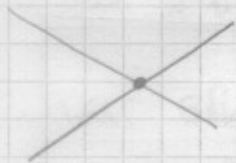


לשובה: 2. כי הפאלה קמורית...

עו אנשים לשיקוק כך שהיו מ-2 צדדים מילודי... נמנו לנורמל מ-2, שהם יש ישרי הנסבוקין 2 קטרים

על שיש לו a נק' בגוים מצב אחר, יוצר $a-1$ קטע. וזה כולו ≥ 3 .

$|E| \geq k - 2n = \dots \leftarrow$



לפחות "מאבקים" קטמ ממ לפחות 2. כמה וצ"מ? על ה"מ" $\binom{n}{2}$. במק: \dots

כל גימק י"מ/ ע"מ צ"מ 4 פחות מ"מ/ק 2 שני"מ, כ"י
ש"ק 4 קטמ כולו 3 על ש"מ 4 - קטמ

$\Rightarrow X \leq \binom{n}{2} \cdot 4 < 2n^2$

$\Rightarrow k = O(m+n+m^{2/3}n^{2/3})$

החסר הוא המקב - Worst Case. כ"מ, מ"מ ע"מ $O(m+n+m^{2/3}n^{2/3})$. א"ק?

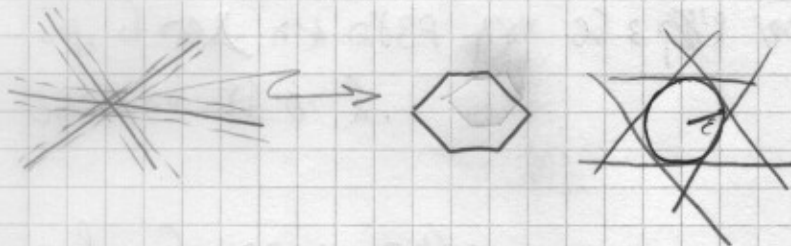
לפחות כ"מ המ"מ מ"מ/מ

מ"מ/מ - ק"מ על מ נק' - 1 = ק"מ על ל י"מ/מ $O(m^{2/3}n^{2/3})$ ג"מ/מ
א"מ כ"מ, א"מ/מ ח"מ/מ ע"מ/מ א"מ/מ א"מ/מ א"מ/מ

א"מ מ"מ/מ כ"מ/מ, א"מ/מ ח"מ/מ על ח"מ/מ ח"מ/מ

מ"מ/מ א"מ/מ ק"מ/מ א"מ/מ א"מ/מ א"מ/מ א"מ/מ א"מ/מ

ב"מ/מ ע



ל"מ/מ א"מ/מ

(א"מ/מ 3 י"מ/מ)
מ"מ/מ

א"מ I ג"מ/מ ח"מ/מ - 2 I סי"מ/מ על א"מ/מ

$m \leftarrow m \cdot 2n \leftarrow n$

א"מ, א"מ ח"מ/מ כ"מ/מ, א"מ ח"מ/מ כ"מ/מ, א"מ ח"מ/מ כ"מ/מ, א"מ ח"מ/מ כ"מ/מ

קטמ

ל"מ/מ א"מ/מ א"מ/מ

אבל, אם בקוויים אלו צבא, אז נציג $m=n^2$ נקבל $k=0(m+n+n^{2/3}m^{2/3})$
" n^2

וכן לוי אפניע (ה- n^2).

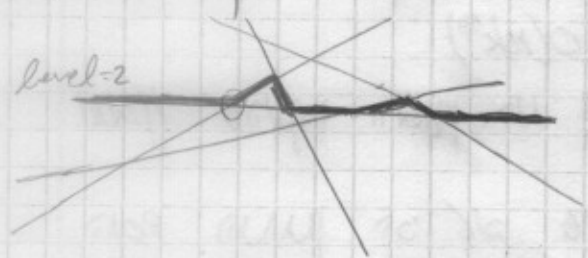
אם לטעם ניקח את $m=\sqrt{n}$ הפואל וזכי "כבדל", זכין נקבל סבוכות של Θ
של היות n . שזה ק' אפניע.

Levels in Arrangements of lines או k-set problem

L-קב' של n ישרים (במצב כללי)

$A(L)$ - המציק של הישרים L . ($0 \leq k \leq n$)

הכמה ה- k - $A(L)$ - קב' הוק' של הישרים עם בקווק k ישרים ממגו.



השאלה - מה הסיבוכות של k פנו k level -
כמה קקקקקק/קאעים לאורק היתה.

הקקקקקק בטה, לפי היות k היא (kn) ס (פזין עם קקקקקק-טור).

אבל מה קנה אם לטעם $k=\frac{n}{2}$? מקקקקקק שר נקבל $(\frac{n}{2})$ זכזכיה שזה יורי מקי.

הזינו שזה כמו לנהוב ממזיה למזיה, ולפזק כק שגמיה יהיו k ביישירי
מ'מ'ן.

נשים לב של קקקקקק שיק $k=2$ רחמ (שזוכיה ב'יוק 1).

מגו מסע אלון :

הישרים האפיים לנקי.

קקקקקק עם וזה k ← ישו המכר 2 נקי עם בקווק k נקי ממגו.

שזה בעיקר סמל לשאלו מהו גר קב' בקווק k

יכולת להיות מפורקת ע"י ישר.

אלו 'היו k-sets.

לצ"כ ישו, ונציג את שיתוק $k=2$ נקי מוחל.



