סמסטר ב', מועד א, תש"ע
תאריך הבחינה: 14.06.2010.
מספר קורס: 0366-3098

בחינה בהסתברות למתמטיקאים

המורה: פרופ' בוריס צירלסון

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר להשתמש בדף סיכום אישי.
בחרו 3 מתוך 4 השאלות הבאות.

בהצלחה!

שאלה 1 =35

מצאו:

$$\lim_{n\to\infty} 2^{-n} \operatorname{Vol}_n \left\{ (x_1, \dots, x_n) \in [-1,1]^n : x_1^{-1/3} + \dots + x_n^{-1/3} > \sqrt{n} \right\}.$$

שאלה 2 =35

הוכחו שהסדרה

$$\cos\left(2\pi \cdot 2^{n^2} x\right), \quad n = 1, 2, \dots$$

היא צפופה ב- $[-1,1]$ עבור כמעט כל $x \in (0,1)$.
רמז: ספרות בינריות...

שאלה 3 =35

נתבונן בסדרות $(a_1, \dots, a_n)$ כאלה ש- $a_k \in \{3,6\}$ לכל k, ו- $a_1 + \dots + a_n$ מתחלק ב- 10.
יהי A_n המספר של הסדרות האלה. הוכחו או הפריכו:

$$\lim_{n\to\infty} 2^{-n} A_n = \frac{1}{10}.$$

רמז: גרף של 10 קודקודים ...

שאלה 4 =35

יהיו $X_1, X_2, \dots$ מ"מ ב"ת ש"ה, $\mathbb{P}\left(X_1 = -1\right) = 1/3$, $\mathbb{P}\left(X_1 = +1\right) = 2/3$. נגדיר $S_n = X_1 + \dots + X_n$ ו- $\tau = \min\{n : |S_n| = 3\}$.
מצאו $\mathbb{P}\left(S_\tau = +3\right)$.
רמז: מצאו a כך ש- $M_n = a^{S_n}$ הוא מרטינגל.
