

בחינה בחדו"א 2, מועד א

סמסטר ב' תשע"ט, אוניברסיטת תל-אביב, 3 ביולי 2019

מרצים: פרופ' שירי ארטשטיין, פרופ' יעקוב יעקובוב

משך המשך הבחינה הנו שלוש שעות. השימוש במחשבון ובכל חומר עזר אסור פרט לדף הנוסחאות המצורף למבחן.

אם אינכם יודעים לפתור שאלה או סעיף מסוים, נתונה לכם האפשרות, במקום לפתור את הסעיף, לכתוב "אינני יודע/ת" (לא לרשום שום דבר נוסף) ולקבל 20% מערך הסעיף או השאלה.

סה"כ נקודות בבחינה 108, הציון הסופי לא יעלה על 100. אנא כתבו באופן ברור, מלא וקפדני את תשובותיכם, ואל תחרגו מהמסגרות המוקצות לכל שאלה. במידת הצורך ניתן להשתמש בדפים הנוספים בסוף השאלון. תיבדקנה תשובות שיכתבו על טופס המבחן בלבד. עליכם לצטט במדויק כל משפט, טענה או למה מהשיעור או מהתרגול בה הנכם משתמשים. אי-ציטוט או ציטוט לא נכון יגרמו לגריעת נקודות מציון השאלה.

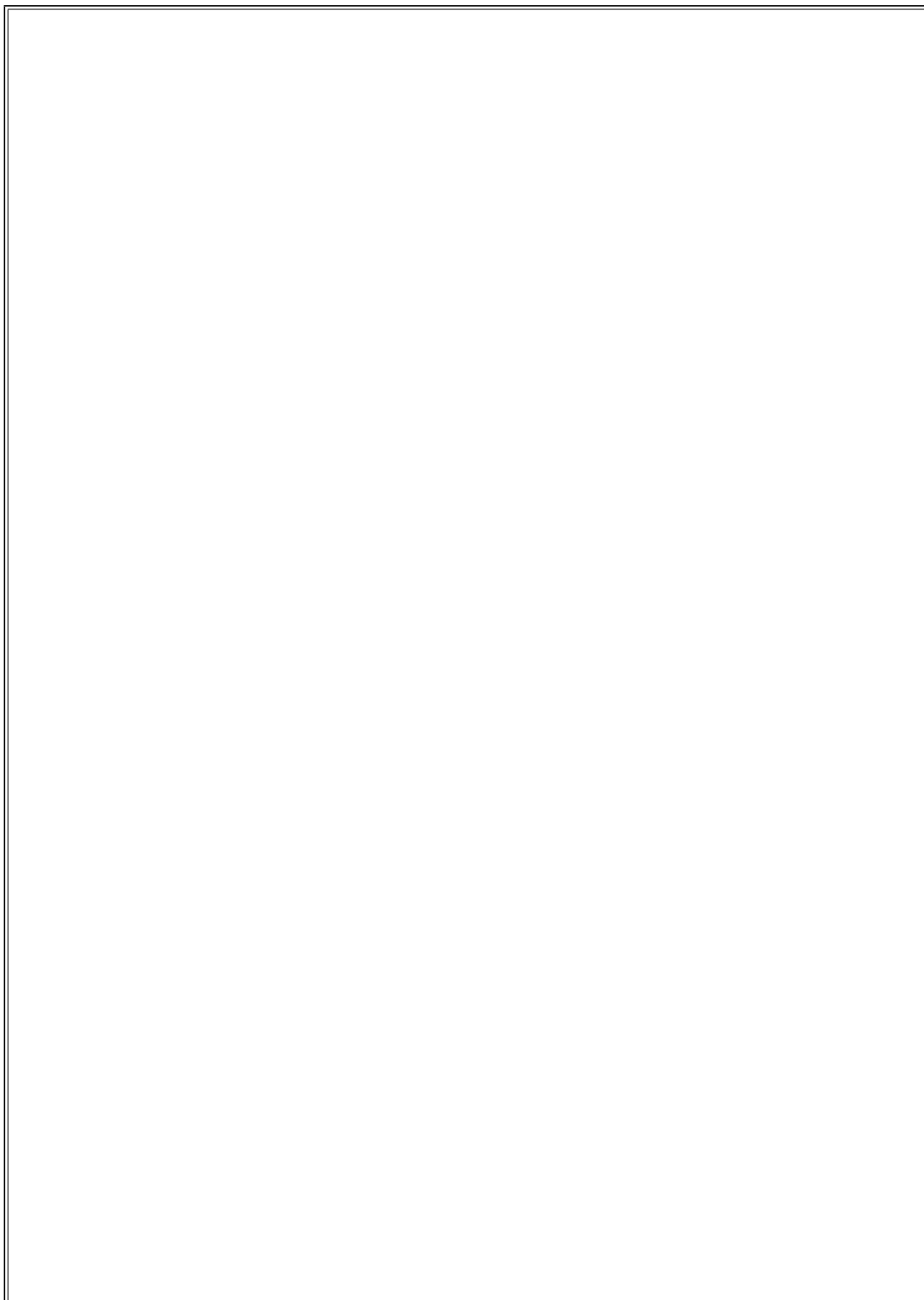
מספר שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	

בהצלחה!

1. תהי פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ כך שלכל $a < b \in \mathbb{R}$ מתקיים $f \in R([a, b])$ ונניח בנוסף שהאינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty} |f|$ קיים וסופי.

(א) הראו כי לכל $\epsilon > 0$, האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-\epsilon|x|} dx$ קיים וסופי. (10 נקודות)

(ב) הראו כי: $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-\epsilon|x|} dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ (17 נקודות)

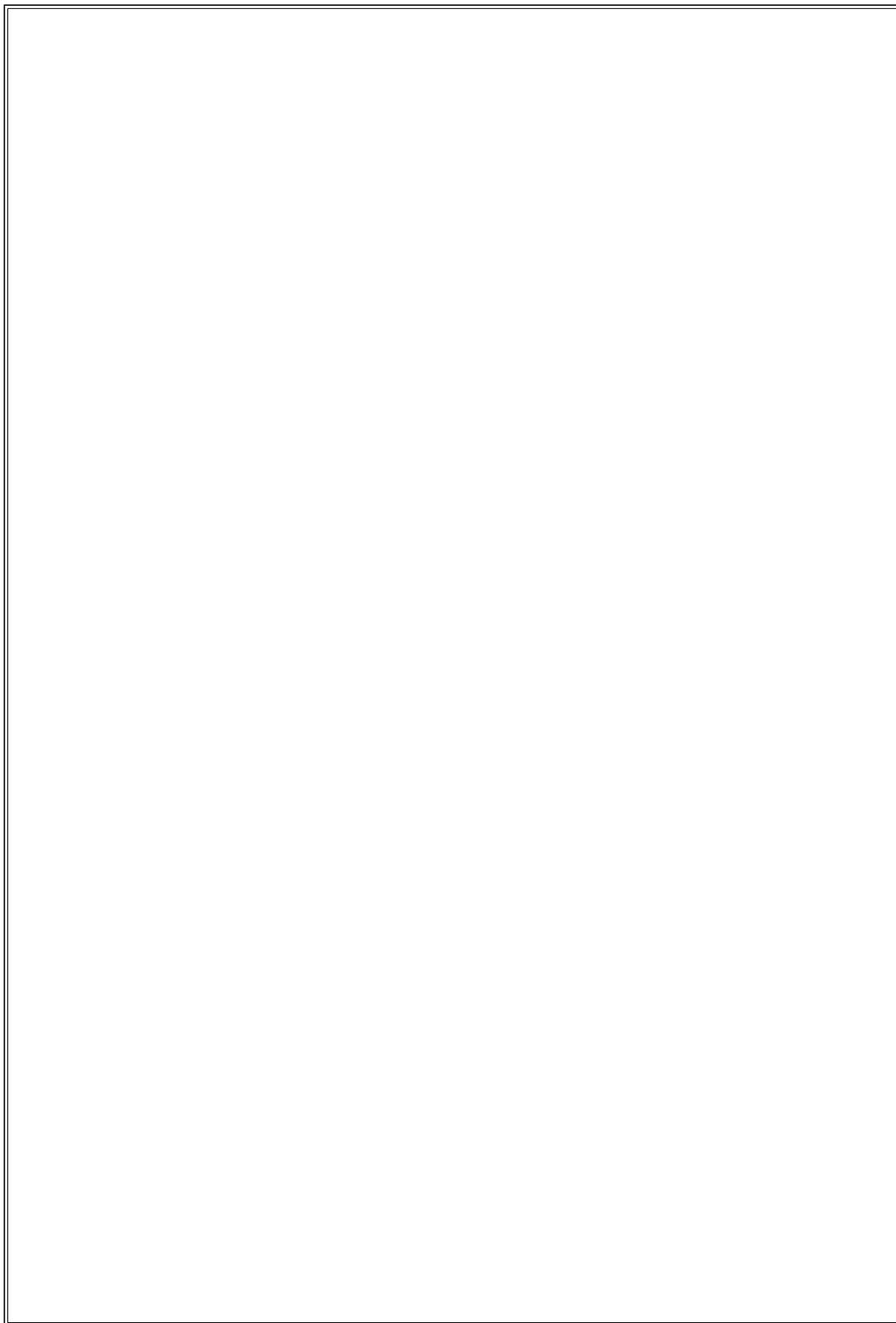


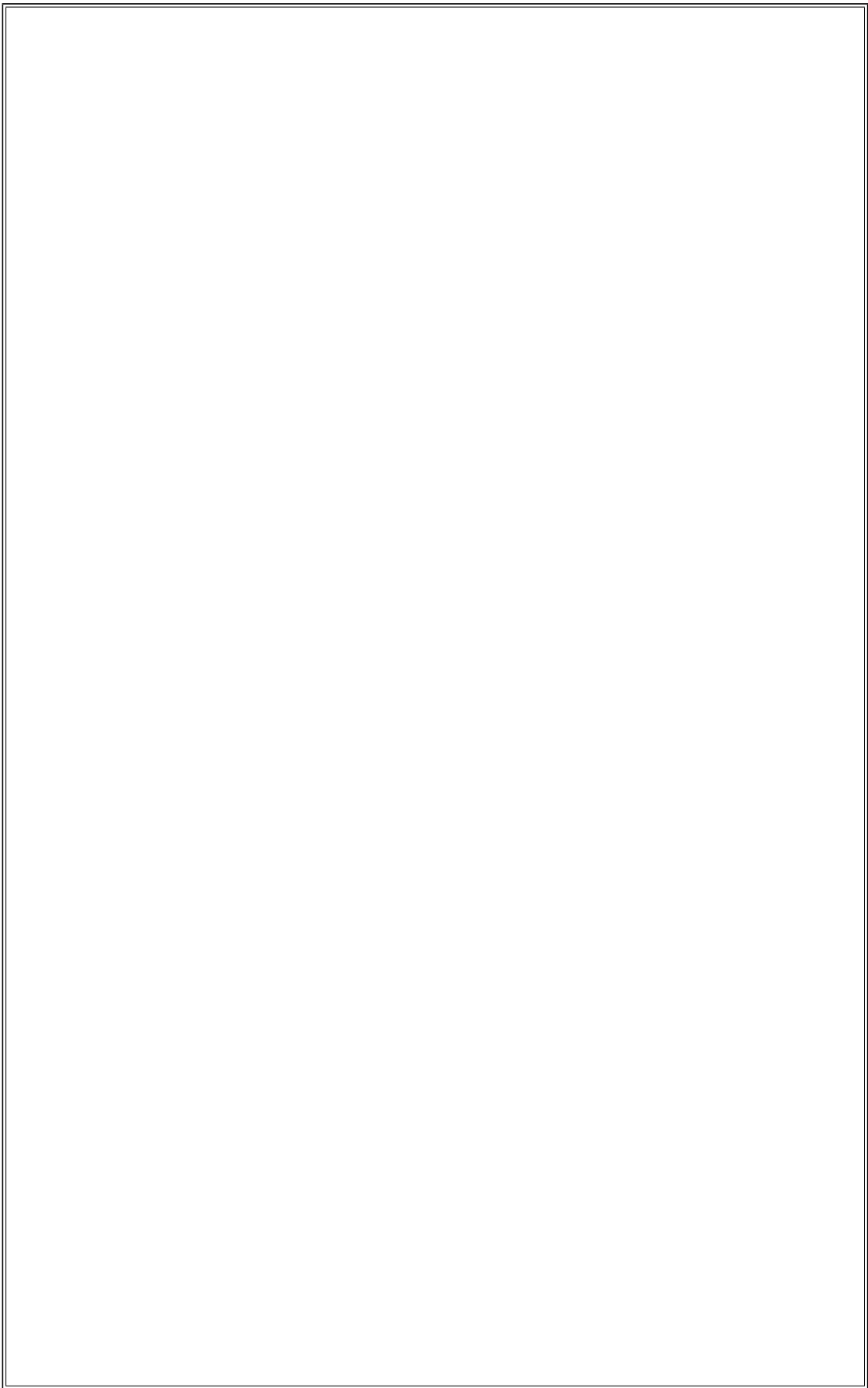


(27 נקודות)

2. תהי $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ גזירה המקיימת $f(0) = 0$, הראו כי:

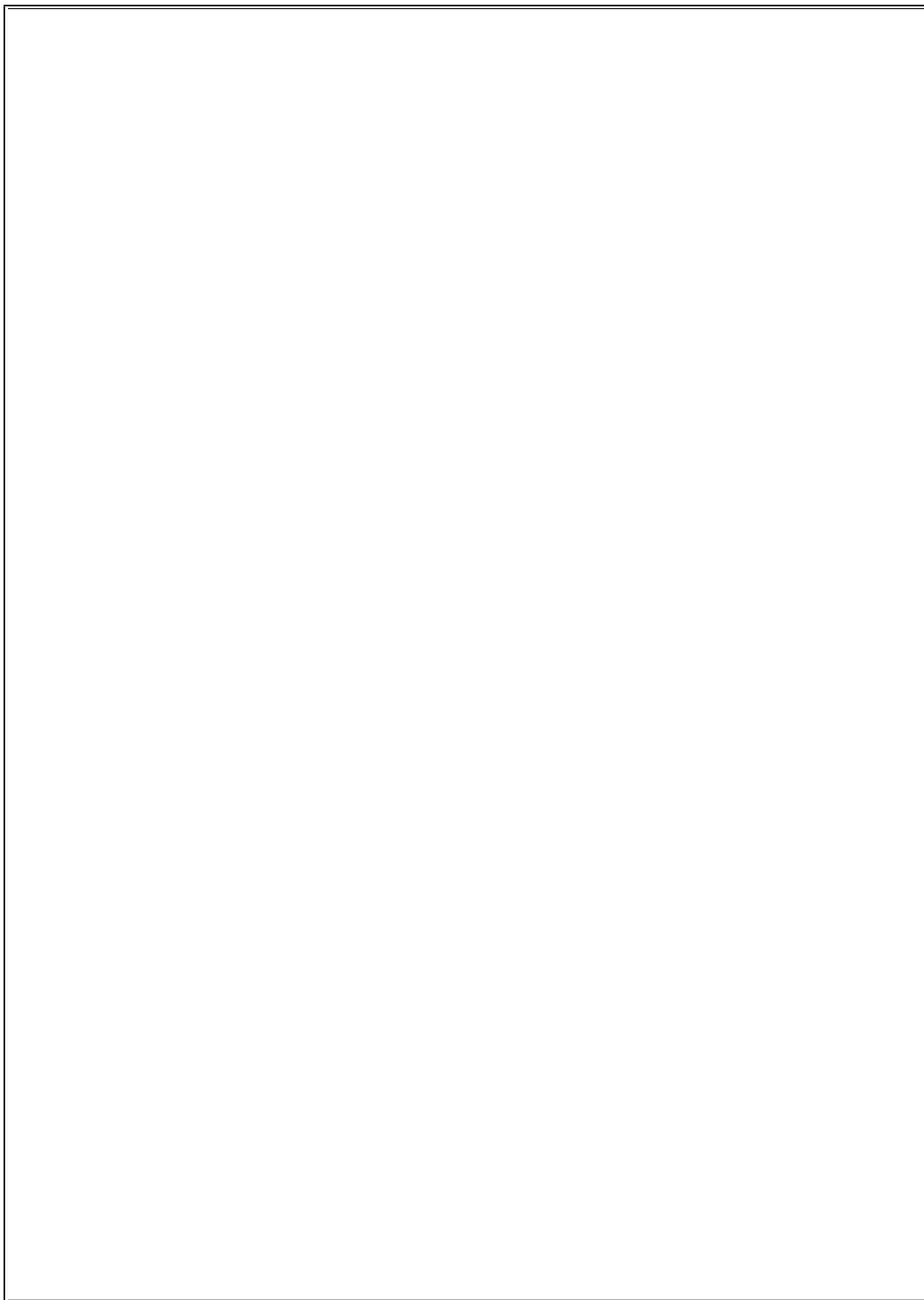
$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \frac{\sin\left(\left(N + \frac{1}{3}\right)t\right)}{t} dt = 0$$





(27 נקודות)

3. הוכיחו את משפט אבל על קצה תחום התכנסות של טור חזקות:
תהי $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ ונניח שיש התכנסות ב $x_0 = R > 0$ אזי הטור מתכנס במ"ש ב $[0, R]$.



(17 נקודות) (א) תהי פונקציה $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ותהי $x_0 \in \mathbb{R}^3$, נניח שלכל $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ מתקיים:

$$\frac{\partial}{\partial v} f(x_0) = v_1 e^{v_2} + v_3$$

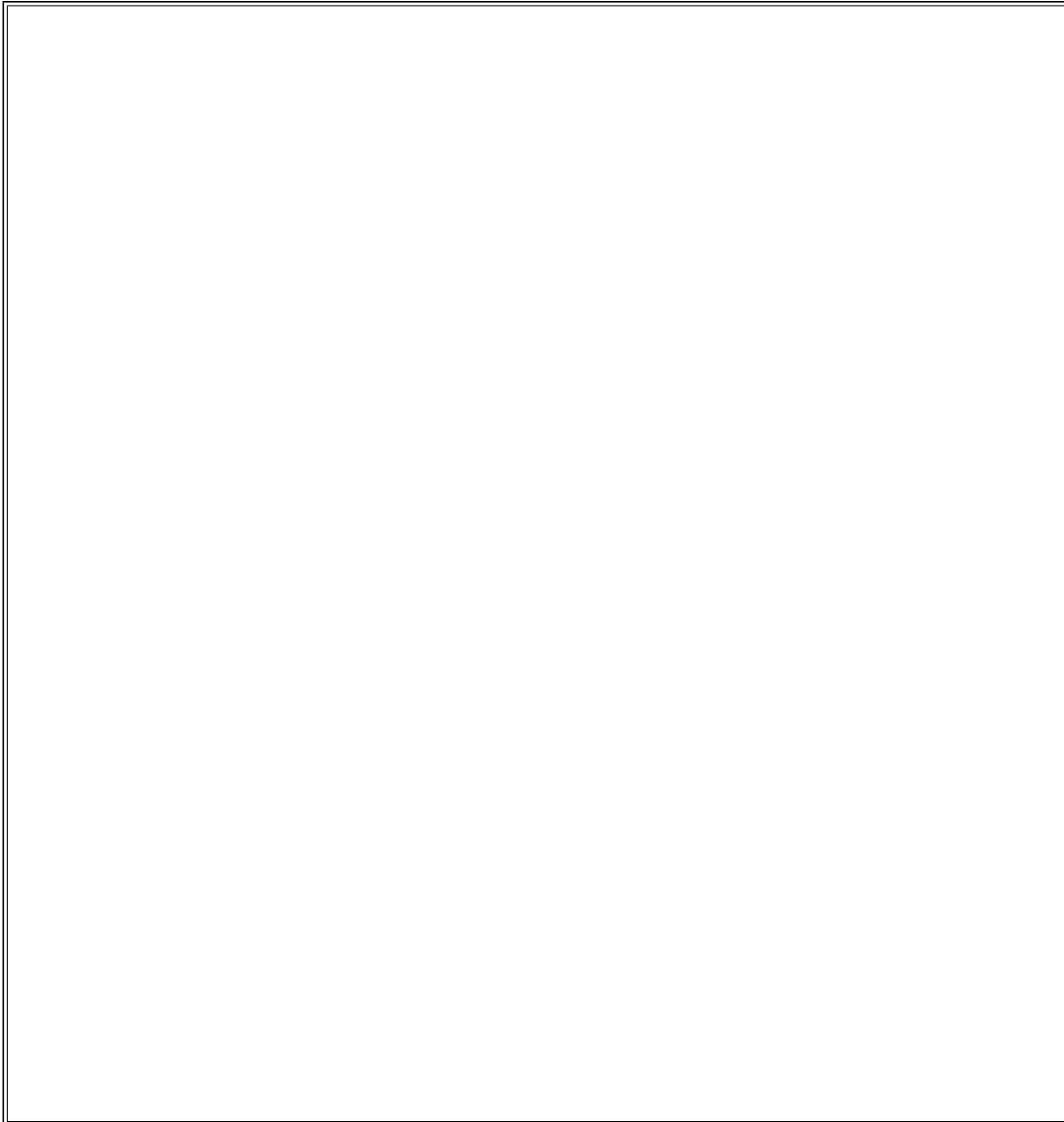
הוכיחו כי f איננה דיפרנציאבילית בנקודה x_0 .

(10 נקודות) (ב) תהי $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$ ותהינה $\gamma_1, \gamma_2 : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}^2$ שתי עקומות גזירות ברציפות ב $t = 0$ המקיימות $\gamma_1(0) = \gamma_2(0) = (0, 0)$. נתון בנוסף ש:

$$\forall t \in (-1, 1) : \gamma_2(t) = \gamma_1(t) + (t^2, t^3)$$

הוכיחו כי:

$$\frac{d}{dt} \Big|_{t=0} f(\gamma_1(t)) = \frac{d}{dt} \Big|_{t=0} f(\gamma_2(t))$$





במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):

