

בחינה בחדו"א 2, מועד ב

סמסטר ב' תשע"ט, אוניברסיטת תל-אביב, 5 באוגוסט 2019

מרצים: פרופ' שירי ארטשטיין, פרופ' יעקוב יעקובוב

משך המשך הבחינה הנו שלוש שעות.
השימוש במחשבון ובכל חומר עזר אסור פרט לדף הנוסחאות המצורף למבחן.

אם אינכם יודעים לפתור שאלה או סעיף מסוים, נתונה לכם האפשרות, במקום לפתור את הסעיף, לכתוב "אינני יודע/ת" (לא לרשום שום דבר נוסף) ולקבל 20% מערך הסעיף או השאלה.

סה"כ נקודות בבחינה 108, הציון הסופי לא יעלה על 100.
אנא כתבו באופן ברור, מלא וקפדני את תשובותיכם, ואל תחרגו מהמסגרות המוקצות לכל שאלה. במידת הצורך ניתן להשתמש בדפים הנוספים בסוף השאלון. תיבדקנה תשובות שיכתבו על טופס המבחן בלבד.
עליכם לצטט במדויק כל משפט, טענה או למה מהשיעור או מהתרגול בה הנכם משתמשים. אי-ציטוט או ציטוט לא נכון יגרמו לגריעת נקודות מציון השאלה.

מספר שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	

בהצלחה!

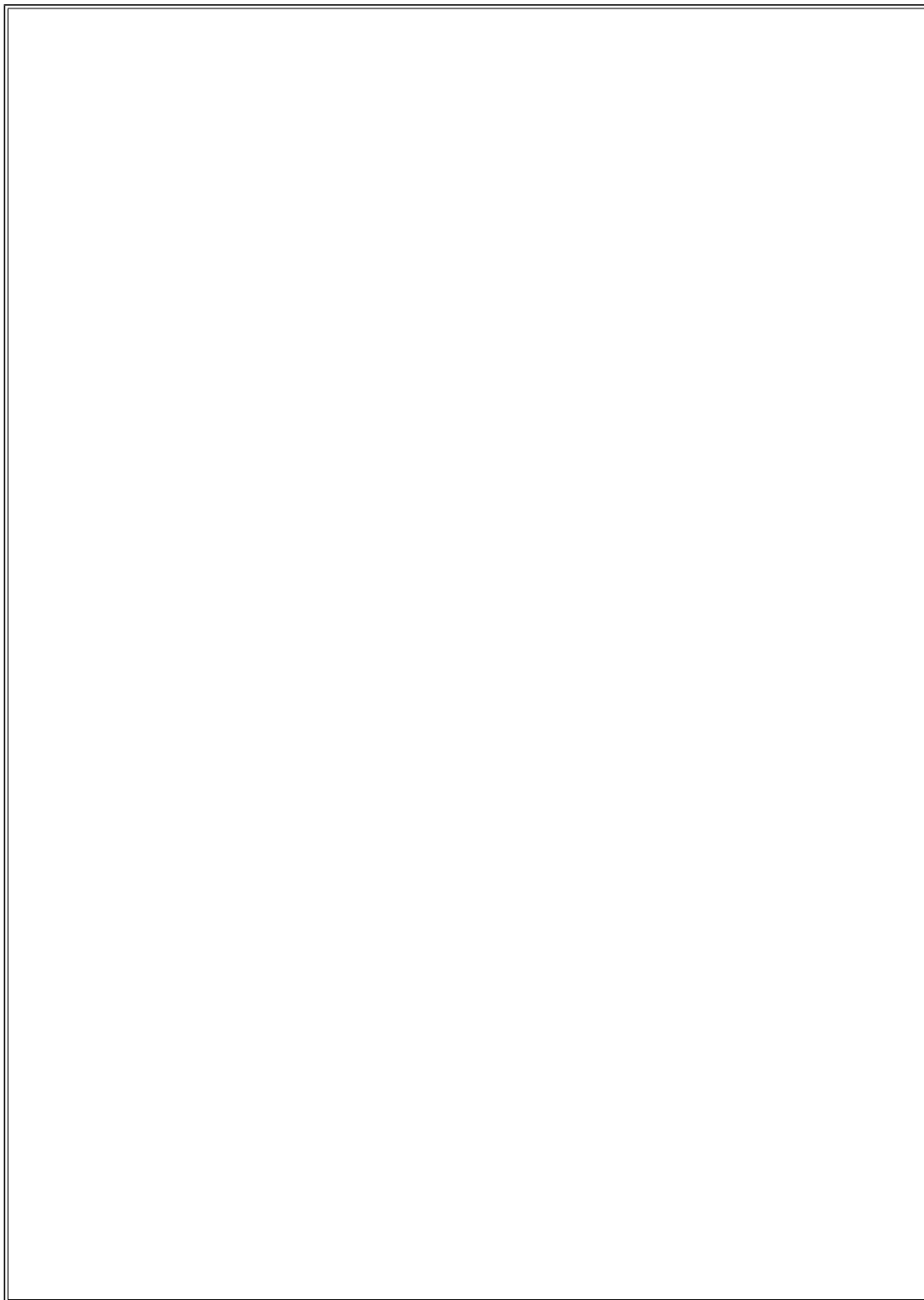
(27 נקודות)

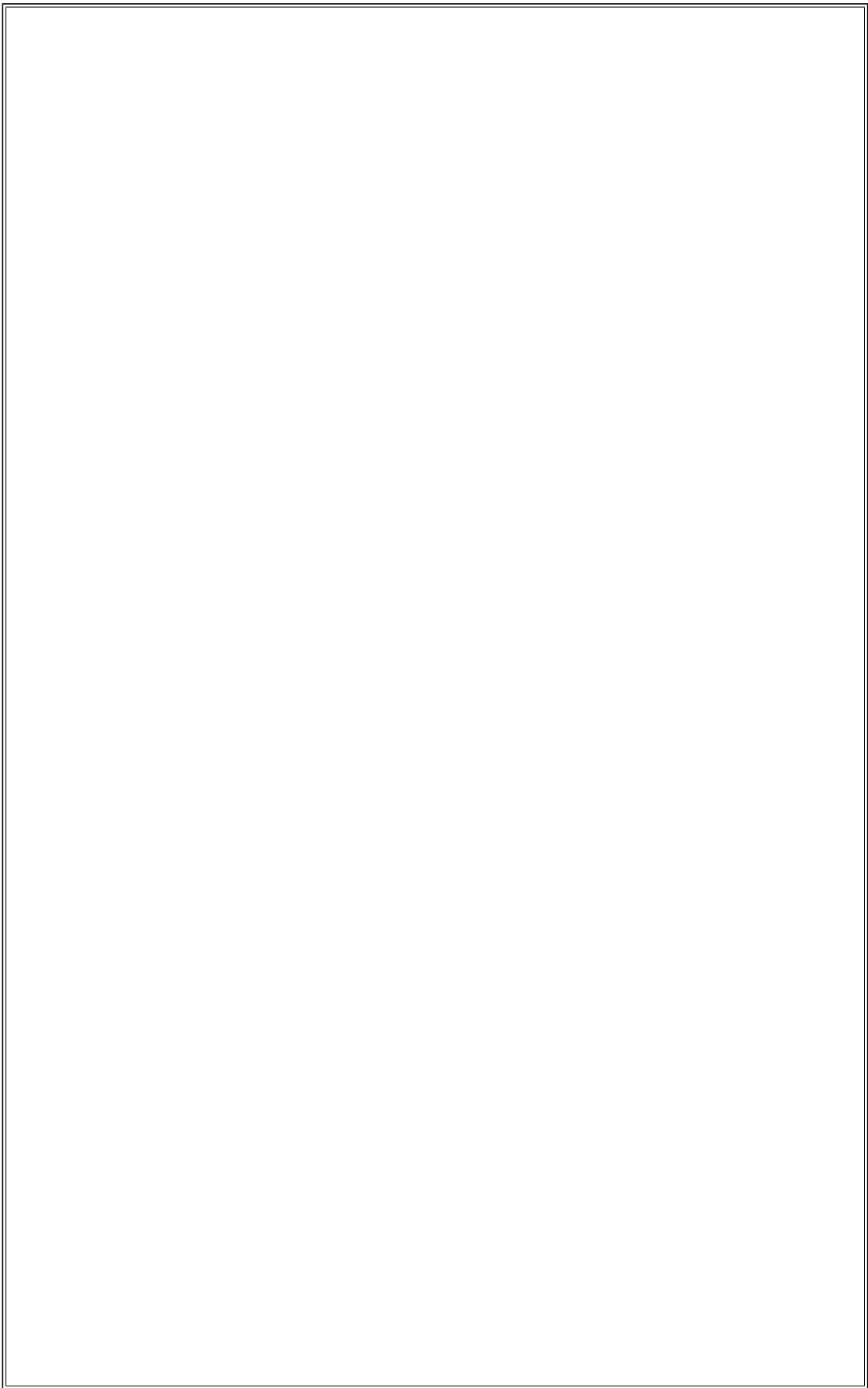
1. חשבו את הגבול הבא:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\int_0^x e^{t^2} dt \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

2. נגדיר סדרת פונקציות $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ על ידי $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$.
 (א) הראו כי f_n מתכנסת נקודתית בקטע $[0, 1]$ ומצאו את הפונקציה הגבולית.
 (ב) האם f_n מתכנסת במידה שווה ב $[0, 1]$?
 (10 נקודות) הוכיחו כי לכל $x \in [0, 1]$ מתקיים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^x f_n(t) dt = \int_0^x \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(t) dt$$

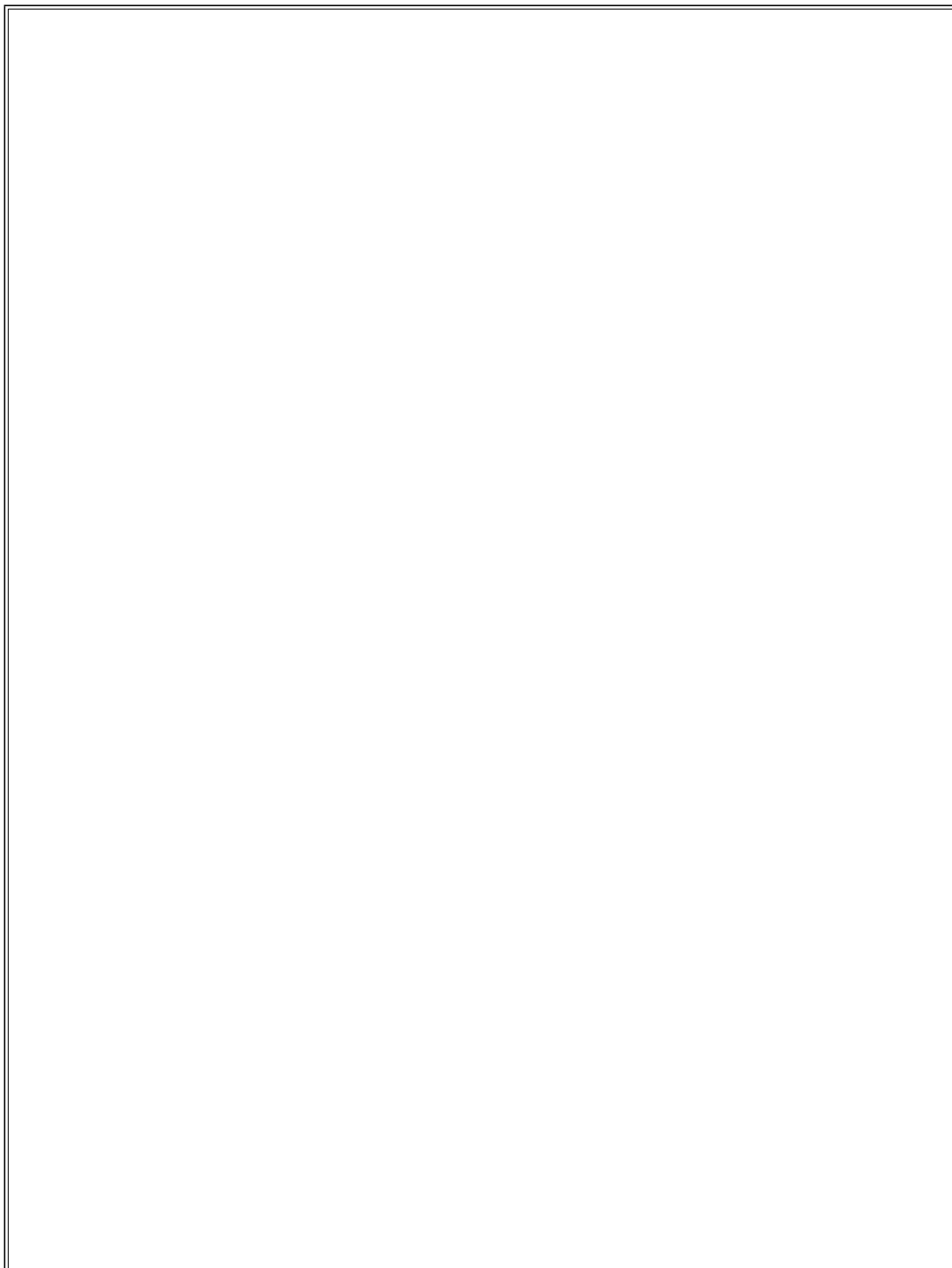




(27 נקודות)

3. הוכיחו את משפט פייר: תהי $f \in C(\mathbb{T})$, אזי $\sigma_N f \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{u} f$.
כאשר:

$$\sigma_N f := \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N \sum_{k=-n}^n \hat{f}(k) e^{ikx}$$



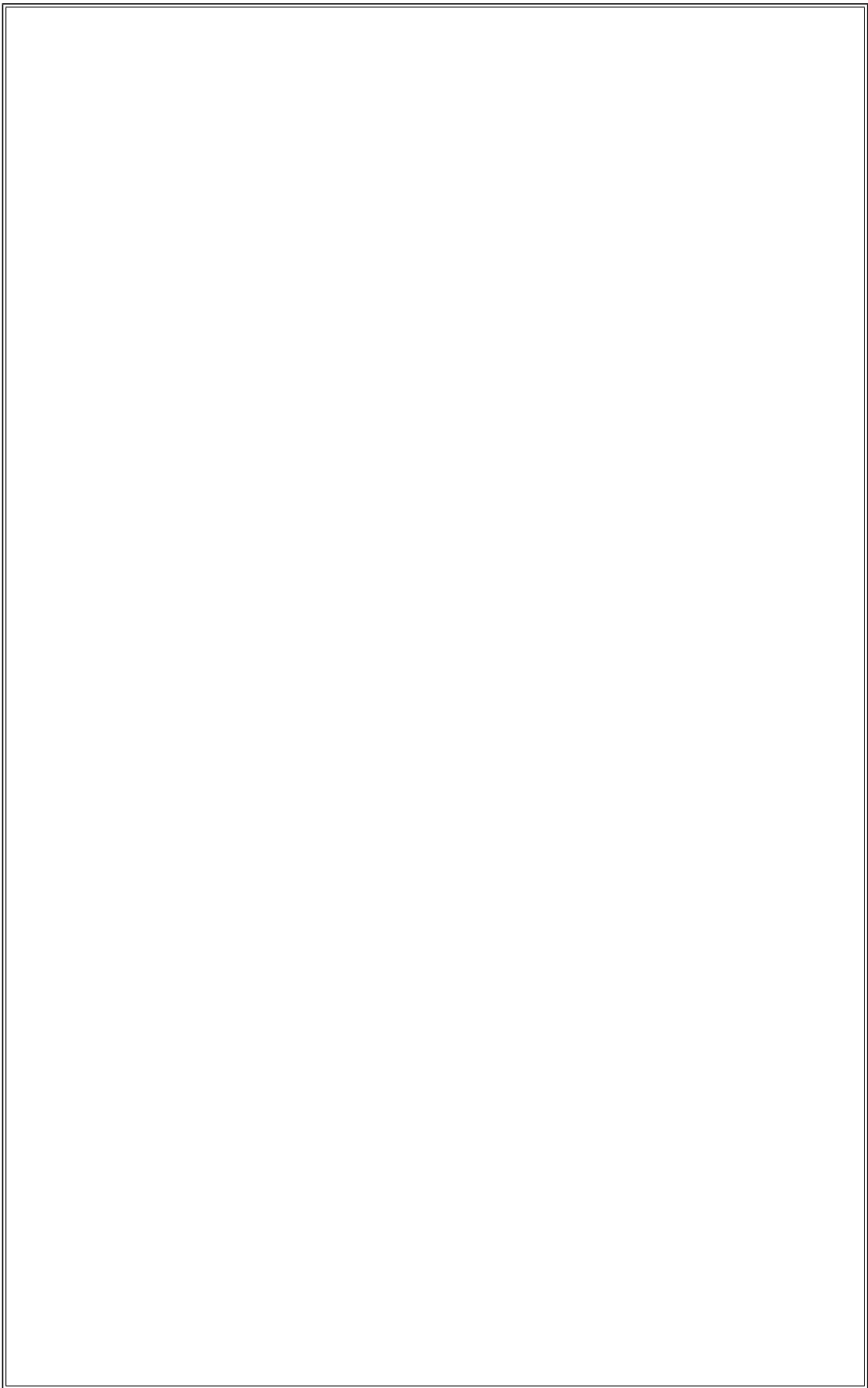
4. תהי פונקציה $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימת את התנאים הבאים:

- לכל $y \neq 0$, הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)$ קיים ושונה מ $f(0, y)$.
- לכל $x \neq 0$, הגבול $\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)$ קיים ושונה מ $f(x, 0)$.
- f רציפה בנק' $(0, 0)$.

(17 נקודות) (א) הוכיחו / הפריכו:

$$\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y) = \lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)$$

(10 נקודות) (ב) מצאו פונקציה המקיימת את התנאים הנ"ל.



במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):