אוניברסיטת תל-אביב
פקולטה למדעים מדויקים

סמסטר ב׳ תשע״ה, מועד א׳
תאריך: 06.07.2015

<u>מבחן סוף סמסטר ב"חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2ב"</u>

המרצים: פרופ׳ יעקב יעקובוב, מר אריה שאוס

<u>הנחיות</u>

- משך הבחינה 3 שעות.
- חומר עזר מותר:
  1. דף נוסחאות אחד <u>אישי</u> דו-צדדי בגודל A4 (כתוב בכתב יד אישי).
  2. מחשבון כיס רגיל (לא גרפי, לא ניתן לתכנות).
  3. דף עם משטחים ריבועיים – מצורף לטופס מבחן.
- אסורה אחזקה של טלפון סלולרי, מחשב כף יד או כל מכשיר אלקטרוני אחר במהלך הבחינה.
- אין להשתמש בשיטות אשר לא נלמדו בקורס.

<u>מבנה הבחינה</u>

- יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות הבאות.
- תשובה מלאה, נכונה ומנומקת תזכה ב 25 נקודות.
- יש לרשום בראש המחברת הראשונה את מספרי השאלות שנפתרו.

ב ה צ ל ח ה !

<u>שאלה 1</u>. (א)(13 נק') נתונה פונקציה $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2\ln(1+y)}{y}, & y>-1, y\neq 0,\\ x^2, & y=0\end{cases}$ לחשב $f_x(x,y)$ לכל $y>-1$ ו- $f_y(x,0)$ לכול x.

(ב)(12 נק') נתונה פונקציה $f(u,v)$ דיפרנציאבילית. נסמן פונקציה $\omega(x,y,z)=f(\sin(xy),\sin(xz))$. להראות ש- $x\omega_x=y\omega_y+z\omega_z$. בתנאי שקיימות נגזרות שניות רציפות של $f(u,v)$, להראות ש- $\omega_{yz}=\omega_{zy}$.

<u>שאלה 2</u>. (א)(12 נק') לשנות את הסדר האינטגרציה ב- $\int_{-4}^{3}\int_{y}^{12-y^2} f(x,y)dxdy$.

(ב)(13 נק') בעזרת שיטת כופלי לגרנז', למצוא את כל הנקודות על הגליל הפרבולי $y=\frac{1}{2}x^2$ הקרובות ביותר לנקודה $(1,1,1)$. מהו המרחק המינימלי?

<u>הערה</u>. אין צורך לנמק מדוע מדובר במינימום מוחלט.

<u>שאלה 3</u>. (א)(15 נק') נתון שדה ווקטורי $\vec{F}(x,y,z)=(y\cos(xy)+ye^z, x\cos(xy)+xe^z, xye^z+1)$.

לחשב $\int_C \vec{F}\cdot\hat{T}ds$ כאשר קו C נתון בצורה פרמטרית $\vec{r}(t)=(\cos t,\sin t,\tan t),\ t:0\to\frac{\pi}{4}$.

(ב)(10 נק') למצוא את הכיוון בו הפונקציה $f(x,y)=\cos(xy)+\tan(xy)$ עולה בקצב המהיר ביותר בנקודה $P(\pi/2,0)$. לאחר מכן, לחשב את הנגזרת של f בנקודה P בכיוון הזה (יש קודם לנרמל את הכיוון).

<u>שאלה 4</u>. (א)(14 נק') לחשב $\iint_S \frac{z}{\sqrt{9x^4+1}}dS$ כאשר S הוא חלק מהמשטח $y=x^3$ הנמצא בין המישורים $x=1$, $x=-1$, $z=0$ ו- $x+z=2$.

(ב)(11 נק') למיין נקודות קריטיות של הפונקציה $f(x,y)=x\tan y-y$ (מינימום ומקסימום מקומי ואוכף).

<u>שאלה 5</u>. (25 נק') לאמת את משפט גאוס $\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}dS=-\iiint_E div\vec{F}dV$ עבור $\vec{F}=(x,y,e^{x^2+y^2}+z)$ וגוף E חסום ע"י גליל $x^2+y^2=4$ ומישורים $z=0$ ו- $x+z=9$.

<u>הערה</u>. מהניסוח הנ"ל רואים שהכיוון למשטח S הינו שלילי, כלומר פנימה ולא החוצה.