

# אוניברסיטת תל-אביב

## פקולטה למדעים מדויקים

סמסטר ב' תשע"ו, מועד ב'  
תאריך: 12.08.2016

### מבחן סוף סמסטר ב' חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

המרצים: פרופ' יעקב יעקובוב, ד"ר רון ארז

#### הנחיות

- משך הבחינה 3 שעות.
- חומר עזר מותר:
- 1. דף נוסחאות אחד אישי דו-צדדי בגודל A4 (כתוב בכתב יד או מודפס).
- 2. מחשבון כיס רגיל (לא גרפי, לא ניתן לתכנות).
- 3. דף עם משטחים ריבועיים – מצורף לטופס מבחן.
- אסורה אחזקה של טלפון סלולרי, מחשב כף יד או כל מכשיר אלקטרוני אחר במהלך הבחינה.
- אין להשתמש בשיטות אשר לא נלמדו בקורס.

#### מבנה הבחינה

- יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות הבאות.
- תשובה מלאה, נכונה ומנומקת תזכה ב 25 נקודות.
- יש לרשום בראש המחברת הראשונה את מספרי השאלות שנפתרו.

**ב ה צ ל ח ה !**

כל הזכויות שמורות ©  
מבלי לפגוע באמור לעיל, אין להעתיק, לצלם, להקליט, לשדר, לאחסן מאגר מידע, בכל דרך  
שהיא, בין מכנית ובין אלקטרונית או בכל דרך אחרת כל חלק שהוא מטופס הבחינה.

**שאלה 1** (א) (12 נק') נתונה פונקציה  $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ . לחשב את הטרנספורם פוריה של  $f$  ואת הטרנספורם פוריה של הקונבולוציה  $f * f$ .

(ב) (13 נק') בעזרת סעיף אי לחשב  $\int_0^{\infty} \frac{\sin^4 x}{x^4} dx$ . רמז:  $(f * f)(x) = \begin{cases} 2-x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 2+x, & -2 \leq x \leq 0, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ .

**שאלה 2** (א) (13 נק') האם קיים ערך של פרמטר  $a$  כך שהפונקציה  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{x+y}, & y \neq -x \\ a, & y = -x \end{cases}$  תהיה רציפה ב- $(0,0)$ ? אם לא, לנמק! אם כן, למצוא את הערך של  $a$ .

(ב) (12 נק') ניקח  $a = 1$ . לחשב  $f_x(0,0)$ . האם קיימת נגזרת חלקית  $f_y(0,0)$ ?

**שאלה 3** (א) (15 נק') שתי פונקציות  $z = z(x, y)$  ו- $w = w(x, y, z)$  נתונות ע"י הנוסחאות

$$z^3 - xy + yz + y^3 = 1 \quad \text{ו-} \quad w = x^2 + y^2 + z^2.$$

(ב) (10 נק') למיין נקודות קריטיות של הפונקציה  $f(x, y) = (2x - x^2)(2 - y)$  (מינימום ומקסימום מקומי ואוכף).

**שאלה 4** (א) (12 נק') למצוא את השטח ברביע הראשון החסום ע"י שתי האליפסות ושני הישרים

$$y = 2x, \quad y = 4x, \quad \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \quad \frac{x^2}{4} + y^2 = 4.$$

(ב) (13 נק') למצוא  $a$  ו- $b$  כך שהשדה הווקטורי  $\vec{F} = (ye^x + axye^x + \frac{1}{1+x^2}, bxe^x)$  יהיה

שדה משמר ועבור הערכים  $a$  ו- $b$  שמצאת לחשב  $f(x, y)$  כך ש- $\vec{F} = \nabla f$ .

**שאלה 5** (א) (11 נק') יהיו  $0 < a < b$  שני מספרים קבועים ו- $E$  הגוף החסום ע"י  $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$

ובתוך הגליל  $x^2 + y^2 = a^2$ . לחשב נפח הגוף.

(ב) (14 נק') למצוא את העבודה של השדה הווקטורי  $\vec{F} = \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + x \right)$

לאורך האליפסה  $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{32} = 1$  מנקודה  $(-3, 4)$  לנקודה  $(3, 4)$  לפי כיוון השעון.