

# אוניברסיטת תל-אביב פקולטה למדעים מדויקים

סמסטר ב' תשע"ז, מועד א'  
תאריך: 14.07.2017

## מבחן סוף סמסטר ב' "חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2"

המרצה: פרופ' יעקב יעקובוב

### הנחיות

- משך הבחינה 3 שעות.
- חומר עזר מותר:
- 1. דף נוסחאות אחד אישי דו-צדדי בגודל A4 (כתוב בכתב יד או מודפס).
- 2. מחשבון כיס רגיל (לא גרפי, לא ניתן לתכנות).
- 3. דף עם משטחים ריבועיים – מצורף לטופס מבחן.
- אסורה אחזקה של טלפון סלולרי, מחשב כף יד או כל מכשיר אלקטרוני אחר במהלך הבחינה.
- אין להשתמש בשיטות אשר לא נלמדו בקורס.

### מבנה הבחינה

- יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות הבאות.
- תשובה מלאה, נכונה ומנומקת תזכה ב 25 נקודות.
- יש לרשום בראש המחברת הראשונה את מספרי השאלות שנפתרו.

**ב ה צ ל ח ה !**

כל הזכויות שמורות ©  
מבלי לפגוע באמור לעיל, אין להעתיק, לצלם, להקליט, לשדר, לאחסן מאגר מידע, בכל דרך  
שהיא, בין מכונית ובין אלקטרונית או בכל דרך אחרת כל חלק שהוא מטופס הבחינה.

**שאלה 1** (א) (15 נק') לחשב את טור פוריה הממשי של  $f(x) = |\cos x|$ ,  $-\pi < x < \pi$

ולחשב בעזרתו את הסכום  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$ . רמז:  $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ .

(ב) (10 נק') עבור פונקציה מסעף (א) לחשב  $\mu_0 = \min_{a,b \in \mathbb{C}} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - a \sin x + b \cos(2x)|^2 dx$ .

**שאלה 2** (א) (12 נק') נתונה פונקציה  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(|x| + |y| + 1)}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 1, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  האם גבולות

חוזרים  $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y))$  ו-  $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y))$  קיימים? אם כן, חישובו אותם.

(ב) (13 נק') האם  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  קיים? אם כן, חישובו אותו.

**שאלה 3** (א) (15 נק') נתונה פונקציה  $w = f(u, v)$  המקיימת את המשוואה  $f_{uu} + f_{vv} = 0$ . נתון גם ש-

$v = 2xy$  ו-  $u = x^2 - y^2$ . להוכיח שגם  $w_{xx} + w_{yy} = 0$ . הערה: לא נתון  $f_{uv} = f_{vu}$ .

(ב) (10 נק') לחשב נגזרת כיוונית של הפונקציה  $h(x, y) = \sin x + e^y + (x - \frac{\pi}{2})(y - 1)$  בנקודה

$(\frac{\pi}{2}, 1)$  לפי כיוון  $\vec{u} = (-1, -1)$ , כלומר  $D_{\vec{u}} h(\frac{\pi}{2}, 1)$ . לחשב גם  $\max_{\vec{v} \in \mathbb{R}^2} D_{\vec{v}} h(\frac{\pi}{2}, 1)$ .

**שאלה 4** (א) (12 נק') לחשב  $\iint_D \frac{x+3y}{x^4} e^{\frac{y}{x^3}} dA$  כאשר  $D = \{(x, y) : x^3 \leq y \leq 4x^3, \frac{1}{2} \leq x+y \leq 1\}$

(ב) (13 נק') למצוא מינימום ומקסימום מוחלטים של  $f(x, y) = \ln(1 + xy)$  באליפסה

$x^2 + 4y^2 \leq 1$ .

**שאלה 5** (א) (12 נק') לחשב אינטגרל משולש  $\iiint_E \frac{z}{z-8} dV$  כאשר גוף  $E$  חסום ע"י גליל פרבולי

$z = 4 - y^2$  ומישורים  $z = 0$ ,  $x = 0$  ו-  $x + z = 8$ .

(ב) (13 נק') למצוא את העבודה של  $\vec{F}(x, y) = (x\sqrt{x^2 + y^2} + y, y\sqrt{x^2 + y^2} + x)$

לאורך המסלול  $y = \sin x$  מנקודה  $(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  לנקודה  $(\frac{3\pi}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ .