

אוניברסיטת תל-אביב

פקולטה למדעים מדויקים

סמסטר ב' תשע"ז, מועד ב'
תאריך: 25.08.2017

מבחן סוף סמסטר ב' "חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2"

המרצה: פרופ' יעקב יעקובוב

הנחיות

- משך הבחינה 3 שעות.
- חומר עזר מותר:
- 1. דף נוסחאות אחד אישי דו-צדדי בגודל A4 (כתוב בכתב יד או מודפס).
- 2. מחשבון כיס רגיל (לא גרפי, לא ניתן לתכנות).
- 3. דף עם משטחים ריבועיים – מצורף לטופס מבחן.
- אסורה אחזקה של טלפון סלולרי, מחשב כף יד או כל מכשיר אלקטרוני אחר במהלך הבחינה.
- אין להשתמש בשיטות אשר לא נלמדו בקורס.

מבנה הבחינה

- יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות הבאות.
- תשובה מלאה, נכונה ומנומקת תזכה ב 25 נקודות.
- יש לרשום בראש המחברת הראשונה את מספרי השאלות שנפתרו.

ב ה צ ל ח ה !

כל הזכויות שמורות ©
מבלי לפגוע באמור לעיל, אין להעתיק, לצלם, להקליט, לשדר, לאחסן מאגר מידע, בכל דרך
שהיא, בין מכונית ובין אלקטרונית או בכל דרך אחרת כל חלק שהוא מטופס הבחינה.

שאלה 1 (א) (13 נק') לחשב טרנספורם פוריה ($\hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$) של הפונקציות

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \text{ ו- } g(x) = \int_{-1}^1 f(x-y)dy \text{ . רמז: מותר להשתמש (עבור } g \text{) לפי הצורך}$$

בטרנספורם פוריה של פונקצית אינדיקאטור $\chi_{[-1,1]}(\omega) = \begin{cases} \frac{\sin \omega}{\pi \omega}, & \omega \neq 0, \\ \frac{1}{\pi}, & \omega = 0 \end{cases}$. תזכורת:

$$\chi_{[-1,1]}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \text{ פונקצית אינדיקאטור}$$

$$\mu_n = \min_{a,b \in \mathbb{C}} \int_{-\pi}^{\pi} |\sqrt{|x|} - a \cos(nx) - b \sin(nx)|^2 dx \text{ טבעי נסמן } n \text{ (ב) (12 נק')}$$

למצוא $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n$.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ (א) (10 נק')} \text{ להוכיח לפי הגדרת קושי שהפונקציה}$$

רציפה ב- $(0, 0)$.

(ב) (15 נק') לחשב $f_y(x, y)$ לכל (x, y) במישור ו- $f_{yx}(0, 0)$ ו- $f_{yy}(0, 0)$.

שאלה 3 (א) (12 נק') על החיתוך בין שני מישורים $x = 2y - 1$ ו- $x + 2y + 3z = 4$ למצוא את כל הנקודות הקרובות ביותר לראשית הצירים (לפתור בעזרת כופלי לגרנז').

(ב) (13 נק') להוכיח כי שדה ווקטורי $\vec{F}(x, y) = (y \sin(xy) + \frac{1}{x}, x \sin(xy) + \frac{1}{y})$ הינו שדה

משמר בתחום $D = (1, 2) \times (1, 2)$ ולמצוא $f(x, y)$ כך ש- $\vec{F}(x, y) = \nabla f(x, y)$ ב- D . למה שווה עבודה שנעשית ע"י כוח $\vec{F}(x, y)$ לפי היקף המלבן לפי כיוון השעון?

שאלה 4 (א) (11 נק') למיין נקודות קריטיות של הפונקציה $f(x, y) = x^3 + y^3 - 6xy$ (לפי מינימום, מקסימום מקומי או אוקף). האם יש מקסימום מוחלט לפונקציה בתחום $x \geq 0, y \geq 0$?

לנמק.

$$\text{(ב) (14 נק')} \text{ לחשב } \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} \int_{\sqrt{3x^2+3y^2}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}} e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} dz dx dy$$

שאלה 5 (א) (9 נק') להחליף סדר אינטגרציה באינטגרל הבא $\int_1^2 \int_{x^2}^6 f(x, y) dy dx$.

(ב) (16 נק') לחשב את אינטגרל הקווי $\int_C (e^x \sin y - \frac{1}{1+x^2}) dx + (e^x \cos y + x^2 + e^y) dy$ כאשר

קו C הוא חלק תחתון של המעגל $(x-1)^2 + y^2 = 1$ המכוון לפי כיוון השעון.