

# אוניברסיטת תל-אביב

## הפקולטה להנדסה

בחינת מעבר, תשע"ה  
סמסטר ב' מועד ב'  
תאריך: 30.07.2015  
משך הבחינה: 3 שעות  
לא תינתן הארכת זמן

### מבחן סוף סמסטר בקורס "משוואות דיפרנציאליות חלקיות" מרצים: ד"ר ללה דוראל, פרופ' דליה פישלוב, פרופ' יעקב יעקובוב

#### הוראות:

- יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות הבאות.
- מותר להשתמש במחשבון רגיל ללא תצוגה גרפית ולא ניתן לתכנות, בדף הנוסחאות המצורף לטופס. אין להשתמש בשיטות שלא נלמדו בקורס.
- אסורה אחזקת טלפונים סלולאריים וכל מכשיר אלקטרוני אחר בקרבת מקום.

**בהצלחה !**

#### שאלה מס' 1 (25 נק')

(א'-13 נק') לפתור בעיית הגלים הבאה:

$$u_{tt} = 9u_{xx}, \quad x > 0, t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad x \geq 0$$

$$u_t(x, 0) = x^3, \quad x \geq 0$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad t \geq 0$$

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad -\infty < x < \infty$$

$$u(x, 0) = f(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad \text{(ב'-12 נק') לפתור את בעיית קושי}$$

### שאלה מס' 2 (25 נק')

(א'-13 נק') נתונה המשוואה  $(1+x^2)^2 u_{xx} + u_{yy} + 2x(1+x^2)u_x = 0$ . למיין את המשוואה ולהביא לצורה קנונית.

(ב'-12 נק') הוכיחו כי פתרון של הבעיה הבאה הוא יחיד:

$$\Delta u = e^x u - 1, \quad x^2 + y^2 < 2,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = x^2, \quad x^2 + y^2 = 2$$

### שאלה מס' 3 (25 נק')

(א'-10 נק') נניח  $u(x,t)$  פתרון הבעיה

$$u(1,2) \cdot \begin{cases} u_t - u_{xx} = 0, & x > 0, t > 0, \\ u(x,0) = 0, & x \geq 0, \\ u_t(x,0) = x(1-x), & x \geq 0, \\ u(0,t) = 0, & t \geq 0 \end{cases}$$

(ב'-15 נק') תהי  $u(r,\theta)$  פונקציה הרמונית בעיגול פתוח

$$D = \{(r,\theta) : 0 \leq r < R, -\pi \leq \theta < \pi\}$$

רציפה בעיגול הסגור

$$\bar{D} = \{(r,\theta) : 0 \leq r \leq R, -\pi \leq \theta < \pi\}$$

ומקיימת תנאי שפה  $u(R,\theta) = f(\theta) = \begin{cases} \sin^2(4\theta), & |\theta| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2} < |\theta| \leq \pi. \end{cases}$  מצאו פתרון של הבעיה.

### שאלה מס' 4 (25 נק')

(א'-20 נק') פתרו את הבעיה

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = \sin x, & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi \\ u(0,y) = 0, & u(\pi,y) = 0 \\ u(x,0) = 0, & u(x,\pi) = 0. \end{cases}$$

(ב'-5 נק') מה אומר עקרון המקסימום לבעיה שבסעיף א'? חשבו את הערך המקסימלי של  $u(x,y)$  במלבן הנתון (כולל שפה).

### שאלה מס' 5 (25 נק')

לפתור את בעיה החום הלא-הומוגנית

$$u_t = 4u_{xx} + 2(1+x)t + e^{-t} \sin 3\pi x, \quad 0 < x < 1, t > 0,$$

$$u(0,t) = t^2, \quad u(1,t) = 2t^2, \quad t > 0,$$

$$u(x,0) = x, \quad 0 < x < 1.$$