

תרגיל 1 - חדווא 1 לתלמידי פיסיקה

22 באוקטובר 2010

1. הוכח את הטענות הבאות:

$$A \subseteq B \cap C \Rightarrow A \subseteq B \text{ and } A \subseteq C \quad (\text{א})$$

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C) \quad (\text{ב})$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C) \quad (\text{ג})$$

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C) \quad (\text{ד})$$

2. הפרך (מצא דוגמא נגדית וצייר דיאגרמת ון להמחשה)

$$A \cap B \subseteq A \quad (\text{א}) \text{ (תשימו לב: הכלה ממש!)}$$

$$A \cap B \subseteq A \cup B \quad (\text{ב})$$

$$A \subseteq B \cup C \Rightarrow A \subseteq B \text{ or } A \subseteq C \quad (\text{ג})$$

3. הוסף תנאי נוסף לכל אחד מהסעיפים א ו-ב בשאלה 2 כך שהטענה בסעיף (יחד עם התנאי) יהיו נכונים.

4. הוכח שאיבר היחידה בחבורה הוא יחיד. (כלומר, אם e_1, e_2 איברי יחידה אז $e_1 = e_2$)

5. בהינתן חבורה G עם פעולה הוכח שלכל $x, y \in G$ קיימים ויחידים z_1, z_2 כך ש
$$z_1 \cdot x = x \cdot z_2 = y$$

6. הוכח שכל חבורה בעלת שלושה איברים היא אבלית (רמז: צייר טבלת כפל והעזר בשאלה 5)

7. פתרו את אי השויונים הבאים:

$$\text{א. } |2x - 1| < |x - 1|$$

$$\text{ב. } |(1 - x)x| < 0.05$$

$$\text{ג. } ||x + 1| - |x - 1|| < 1$$

8. א. מצאו $N_0 \in \mathbb{N}$ כך שלכל $n > N_0$ מתקיים $|\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - 1}| < \frac{1}{75}$.
ב. יהי $\epsilon > 0$ מספר כלשהו. מצאו $N_0 \in \mathbb{N}$ כך שלכל $n > N_0$ מתקיים $|\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - 1}| < \epsilon$.

9. הוכיחו שלכל 2 מספרים a ו- b מתקיימים אי שיוני המשולש:

$$\text{א. } |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$\text{ב. } |a - b| \geq |a| - |b|$$

$$\text{ג. } |a - b| \leq |a| + |b|$$