

חדו"א ב' - תרגיל מספר 11

1. חקור את הפקונציות הבאות (תחום הגדרה, נק' חיתוך עם הצירים, תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון, נק' אי רציפות וסיווגן, אסימפטוטיקה, התנהגות ב $\pm\infty$, סכמה כללית של הגרף.)

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x - 2}{x^2 - 1} \quad (\text{א})$$

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \quad (\text{ב})$$

$$f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}} \quad (\text{ג})$$

$$f(x) = |x^2 - 1| - |x| \quad (\text{ד})$$

$$f(x) = |x^2 - 1| - x^2 \quad (\text{ה})$$

$$f(x) = \ln(\sin(x)) \quad (\text{ו})$$

2. חשבו את האינטגרלים הבאים ע"י אינטגרציה בחלקים:

$$\int x \cos(x) dx \quad (\text{א})$$

$$\int 2x e^{3x} dx \quad (\text{ב})$$

$$\int e^x \cos(x) dx \quad (\text{ג})$$

3. חשבו את האינטגרלים הבאים ע"י החלפת משתנים נכונה:

$$\int x e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (\text{א})$$

$$\int \sqrt{e^x + 1} dx \quad (\text{ב})$$

$$\int \cot x dx \quad (\text{ג})$$

$$\int \sin^5 x dx \quad (\text{ד})$$

4. מצא באינדוקציה ביטוי כללי ל:

$$\int x^n e^x dx$$

$$n \in \mathbb{N} \text{ לכל}$$

5. יהיה $P(x)$ פולינום. הוכח ש:

$$\int P(x) e^x dx = Q(x) e^x + C$$

כאשר $Q(x)$ פולינום מאותו דרגה של $P(x)$, $C \in \mathbb{R}$.

6. השתמשו באינטגרציה בחלקים ומצאו נוסחא רקורסיבית ל I_m במקרים הבאים:

$$I_m = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^m} \quad (\text{א})$$

$$I_m = \int x^\alpha \ln^m x dx \quad (\text{ב}) \text{ כאשר } \alpha \neq -1$$