

1. חשבו:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x+x^2+x^3} \quad (\text{א})$$

$$\int_0^3 f(x)dx, f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in [0, 1) \\ e^x & x \in [1, 2) \\ \sqrt{x} & x \in [2, 3] \end{cases} \quad (\text{ב})$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx \quad (\text{ג})$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2x)e^{\sin^2 x} dx \quad (\text{ד})$$

2. חשב את השטח החסום בין:

$$x = 3, x = 1, y = \frac{4}{x} \quad (\text{א})$$

$$x = 1, y = e^{-x}, y = e^x \quad (\text{ב})$$

$$(\text{ג}) \text{ הגרף של } y = x^3 - 3x^2 + 2x \text{ לבין הקטע } [0, 2].$$

3. הוכח או הפרך:

(א) אם $|f|$ אינטגרבילית רימן אז f אינטגרבילית רימן.

(ב) אם f אינטגרבילית ומתקיים $\int_a^b |f(x)|dx = 0$ אז $f(x) = 0$ לכל $x \in [a, b]$

(ג) אם f רציפה ומתקיים $\int_a^b f(x)^2 dx = 0$ אז $f(x) = 0$ לכל $x \in [a, b]$

4. תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ אינטגרבילית רימן (בכל \mathbb{R}) ומחזורית בעלת מחזור $T > 0$ הוכח שלכל $a \in \mathbb{R}$ מתקיים:

$$\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_0^T f(x)dx$$

$$5. \text{ הוכח: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos x}{x} dx \leq \frac{\pi^2}{64}$$

6. חשב את הגבולות:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x^3} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+p} \frac{\sin x}{x} dx \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{2n} k e^{\left(\frac{k}{n}\right)^2} \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \sum_{k=0}^n \frac{1}{k^2 + n^2} \quad (\text{ד})$$