

## מבחן בחדו"א 1א

מועד ב', סמסטר א' תשע"ט, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' יעקב יעקובוב, פרופ' אסף נחמיאס, ד"ר ארז פייטן

משך הבחינה שלוש שעות. אם אינכם יודעים לפתור שאלה או סעיף מסויים נתונה לכם האפשרות, במקום לפתור את הסעיף, לסמן "אינני יודע/ת" (ולא לרשום שום דבר נוסף) ולקבל 20% (מעוגל) מערך הסעיף או השאלה. בבחינה 4 שאלות והניקוד עבור כל שאלה הוא 27 נקודות. סך כל הנקודות בבחינה 108 אך הציון הסופי לא יעלה על 100.

אנא כתבו באופן ברור, מלא וקפדני את תשובותיכם, ואל תחרגו מהמסגרות המוקצות לכל שאלה. במידת הצורך ניתן להשתמש בדפים נוספים בסוף השאלון. יחשבו תשובות שיכתבו על טופס המבחן בלבד.

עליכם לצטט במדוייק כל משפט, טענה או למה מהשיעור או מהתירגול בה הינכם משתמשים. אי-צטוט או ציטוט לא נכון יגרמו לגריעת נקודות מציון השאלה.

מספר שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	

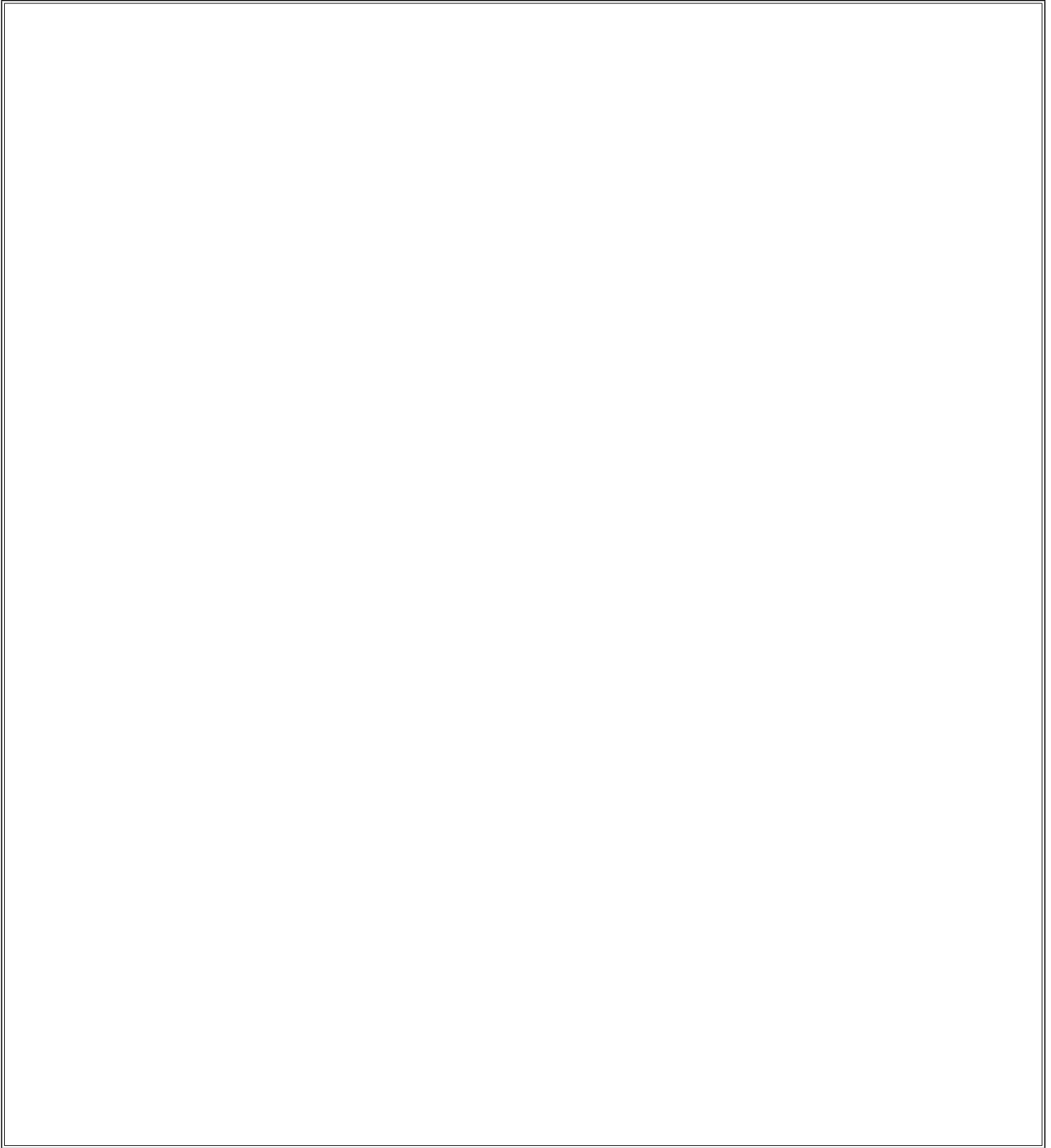
**בהצלחה!**

1. ענו על שני הסעיפים הבאים:

א. (14 נק') תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה ו  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  סדרה אי־שליטת כך ש-  $f(a_n) \rightarrow \infty$ . הוכיחו כי  $a_n \rightarrow \infty$ .

ב. (13 נק') תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  גזירה ובעלת נגזרת רציפה. נניח שקיימת סדרה  $x_n > 0$  כך ש-  $x_n \rightarrow \infty$  ו-  $\frac{f(x_n)}{x_n} \rightarrow \infty$ . הוכיחו כי קיימת סדרה  $c_n \rightarrow \infty$  כך ש-  $f'(c_n) \rightarrow \infty$ . (הערה: מותר להשתמש בסעיף א' גם אם לא הוכח).

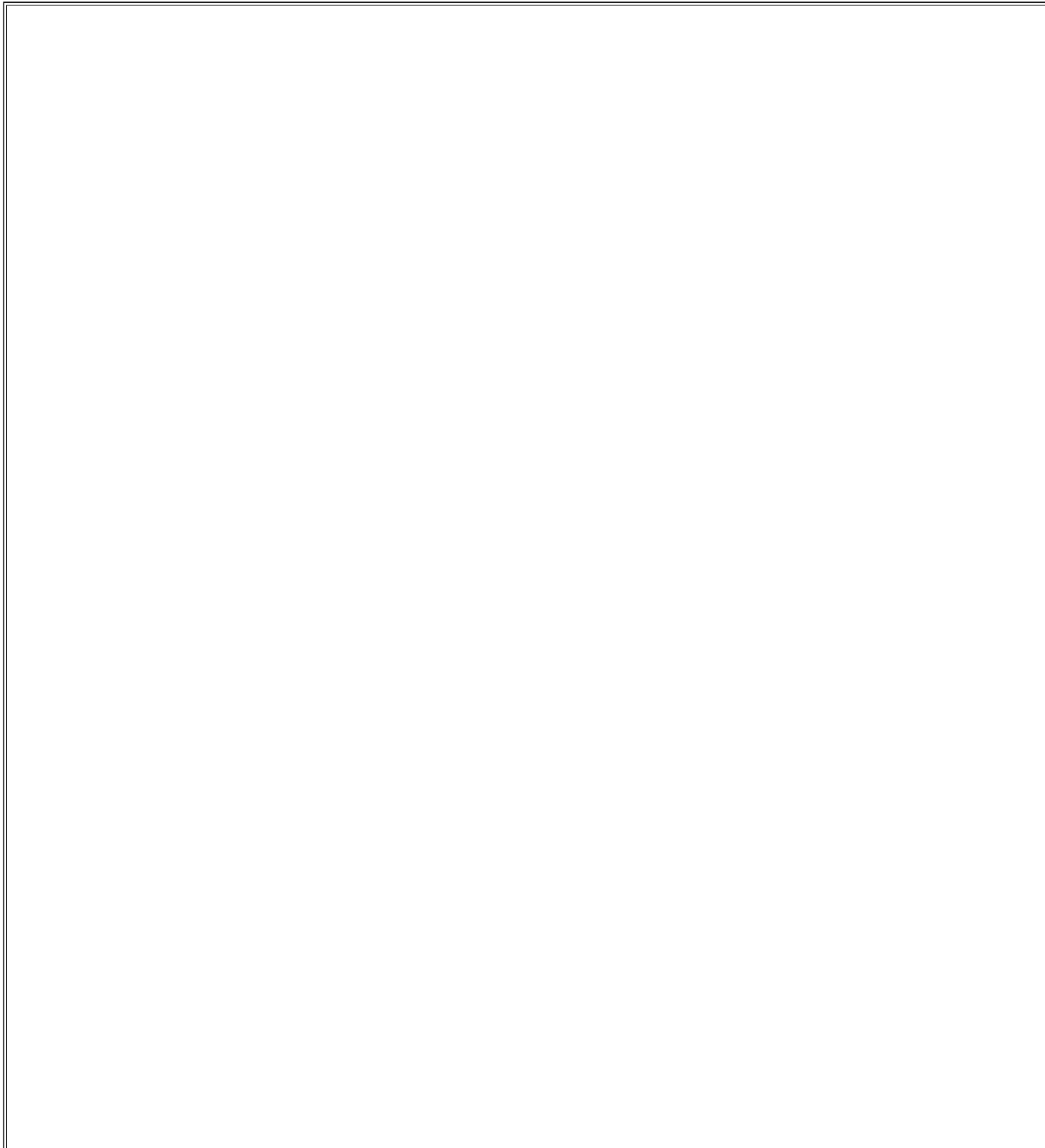
2. (נק' 27) הוכיחו את משפט קושי: נתונות שתי פונקציות  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  רציפות ב-  $[a, b]$  וגזירות ב-  $(a, b)$ . נניח גם כי  $g'(x) \neq 0$  לכל  $x \in (a, b)$ . אז קיים  $x_0 \in (a, b)$  כך ש-  $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$ . (הערה: אין צורך להוכיח את משפט רול)



3. ענו על שני הסעיפים הבאים:

א. (14 נק') נניח כי  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  גזירה וקיים קבוע  $c > 0$  כך ש-  $f'(x) > c$  לכל  $x$  בקטע  $(a, \infty)$  עבור  $a$  ממשי כלשהו. הוכיחו כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ .

ב. (13 נק') נניח כי  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  חסומה, גזירה פעמיים וכי ל-  $f$  יש מינימום גלובלי ב-  $x_0$ . הוכיחו כי קיימת נקודה  $b \in \mathbb{R}$  כך ש-  $f''(b) = 0$  (הערה: מותר להשתמש בסעיף א' גם אם לא הוכח).



4. ענו על שני הסעיפים הבאים:

א. (15 נק') תהי  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  סדרה המוגדרת ע"י  $a_1 = 1$  ו-  $a_{n+1} = \cos(a_n)$  עבור כל  $n$  טבעי. האם  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  מתכנס?

ב. (12 נק') הוכיחו כי אם  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  סדרה חיובית ומונוטונית והטור  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  מתכנס, אז  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 0$ .

במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):

במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):

במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):