

מבחן בחדו"א 1א

מועד א', סמסטר א' תש"ף, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' יעקב יעקובוב, פרופ' אסף נחמיאס, ד"ר ארז פייטן

משך הבחינה שלוש שעות. אם אינכם יודעים לפתור שאלה או סעיף מסויים נתונה לכם האפשרות, במקום לפתור את הסעיף, לסמן "אינני יודע/ת" (ולא לרשום שום דבר נוסף) ולקבל 20% (מעוגל) מערך הסעיף או השאלה. בבחינה 4 שאלות והניקוד עבור כל שאלה הוא 27 נקודות. סך כל הנקודות בבחינה 108 אך הציון הסופי לא יעלה על 100.

אנא כתבו באופן ברור, מלא וקפדני את תשובותיכם, ואל תחרגו מהמסגרות המוקצות לכל שאלה. במידת הצורך ניתן להשתמש בדפים נוספים בסוף השאלון. יחשבו תשובות שיכתבו על טופס המבחן בלבד.

עליכם לצטט במדוייק כל משפט, טענה או למה מהשיעור או מהתירגול בה הינכם משתמשים. אי-צטוט או ציטוט לא נכון יגרמו לגריעת נקודות מציון השאלה.

מספר שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	

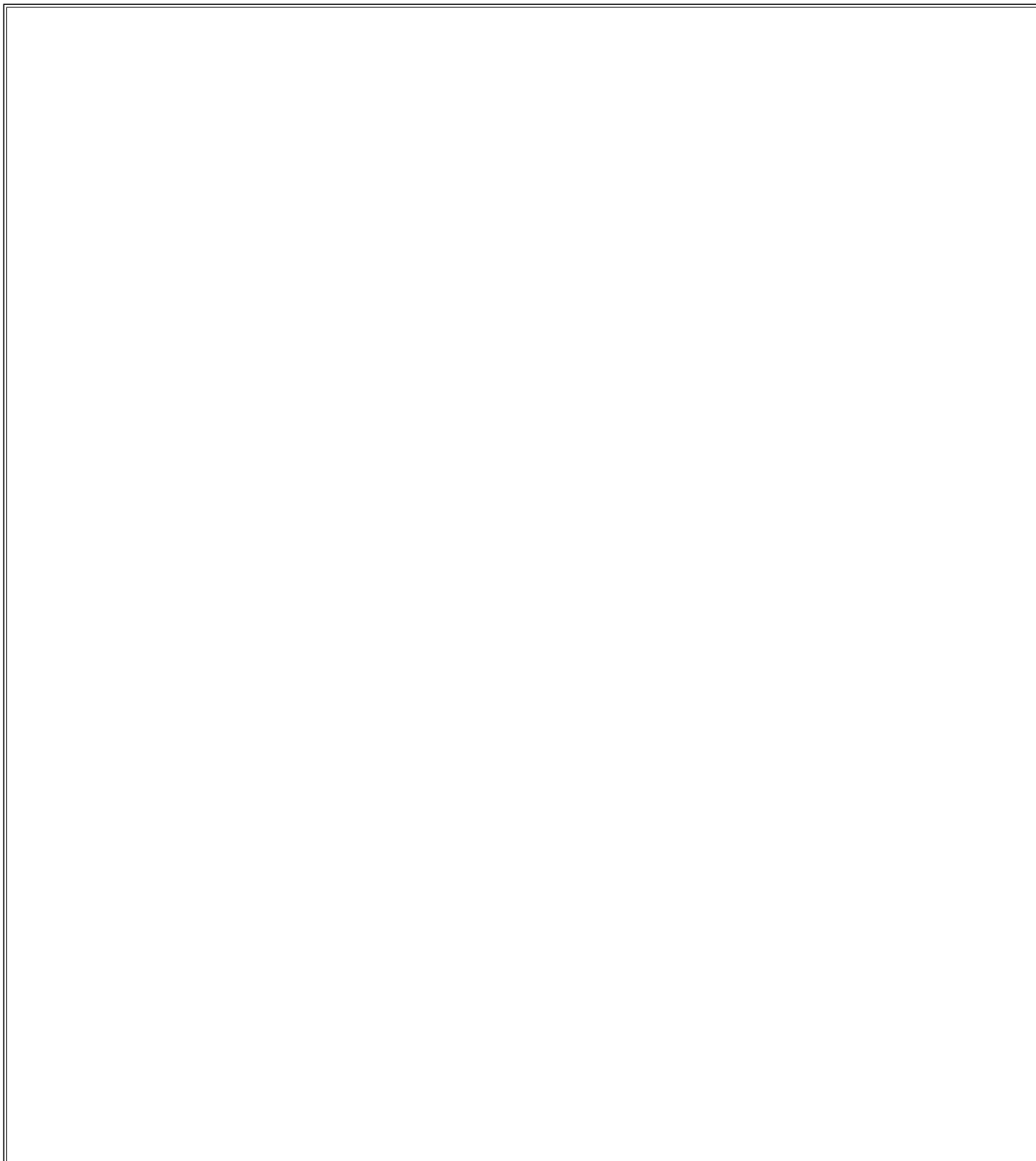
בהצלחה!

1. ענו על שני הסעיפים הבאים:

א. (10 נק') הוכיחו כי $e^x \leq 1 + 2x$ לכל $x \in [0, 1]$.

ב. (17 נק') האם הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{1/n}-1}{n}$ מתכנס? הוכיחו.

2. (נק' 27) הוכיחו את משפט ערך הביניים: תהי $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה ונניח כי $f(a) < 0$ ו- $f(b) > 0$. אז קיימת $c \in (a, b)$ כד ש- $f(c) = 0$.

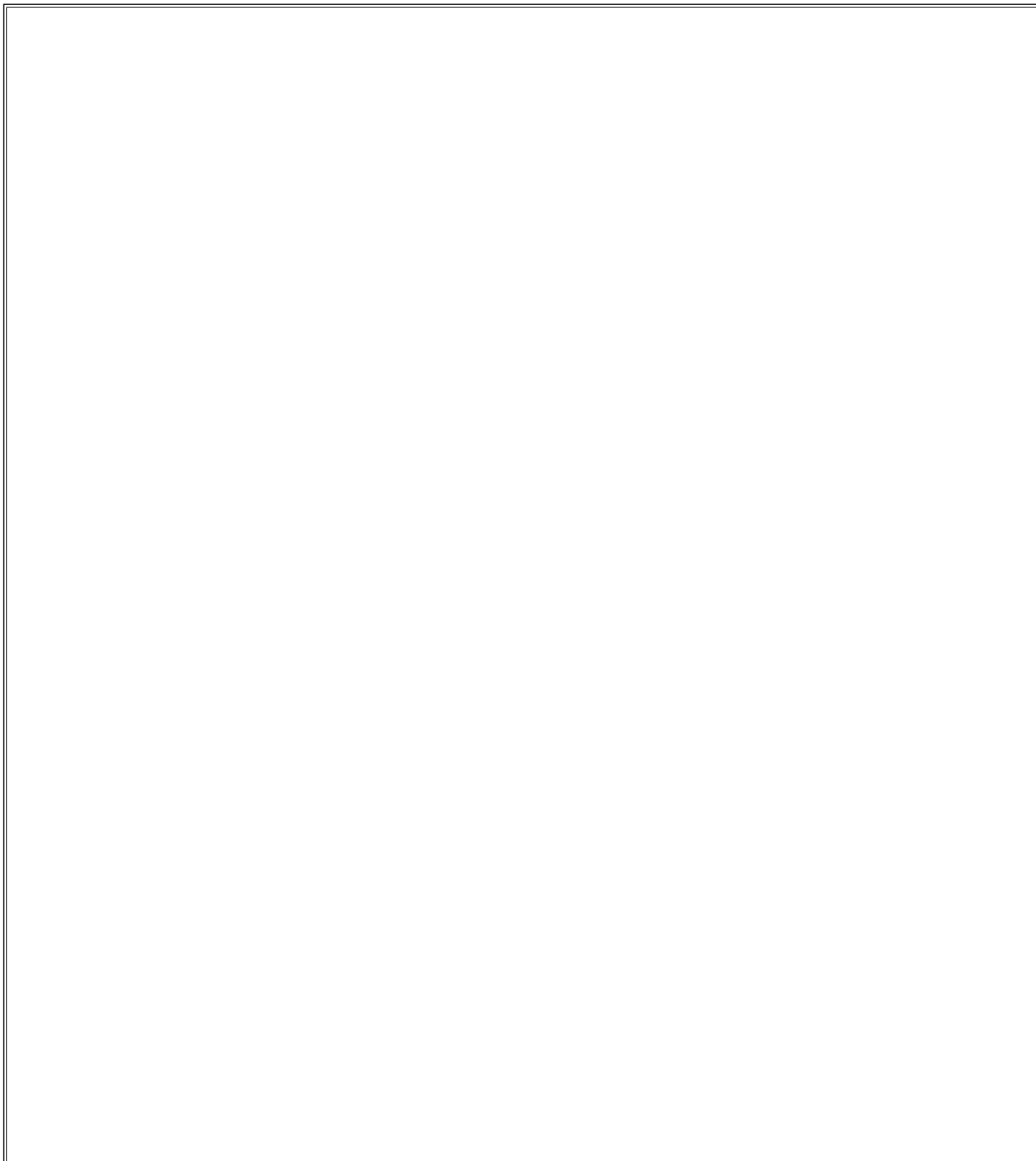


3. ענו על שני הסעיפים הבאים:

א. (10 נק') תהא $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה המקיימת שלכל $x > 0$ מתקיים $|f(x)| > x$. הוכיחו כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ או $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$.

ב. (17 נק') תהא $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ גזירה בתחום הגדרתה ומקיימת ש- $f(x+h) - f(x) = hf'(x)$ לכל $x, h \in \mathbb{R}$. הוכיחו כי קיימים קבועים $a, b \in \mathbb{R}$ כך ש- $f(x) = ax + b$ לכל $x \in \mathbb{R}$.

4. (27 נק') תהי $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ גזירה בתחום בהגדרתה. נניח כי $f(0) = 0$ וכי $|f'(x)| \leq 1$ לכל $x \in (0, 1)$. הוכיחו כי הטור $\sum_{n=1}^{\infty} f^2\left(\frac{1}{n^{2/3}}\right)$ מתכנס (רמז: משפט לגרנז').



במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):

במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):

במידת הצורך רשמו את המשך הפתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):