

אוניברסיטת תל-אביב פקולטה למדעים מדויקים

סמסטר ב' תשע"ו, מועד א'
תאריך: 27.06.2016

מבחן סוף סמסטר ב' חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

המרצים: פרופ' יעקב יעקובוב, ד"ר רון ארז

הנחיות

- משך הבחינה 3 שעות.
- חומר עזר מותר:
- 1. דף נוסחאות אחד אישי דו-צדדי בגודל A4 (כתוב בכתב יד או מודפס).
- 2. מחשבון כיס רגיל (לא גרפי, לא ניתן לתכנות).
- 3. דף עם משטחים ריבועיים – מצורף לטופס מבחן.
- אסורה אחזקה של טלפון סלולרי, מחשב כף יד או כל מכשיר אלקטרוני אחר במהלך הבחינה.
- אין להשתמש בשיטות אשר לא נלמדו בקורס.

מבנה הבחינה

- יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות הבאות.
- תשובה מלאה, נכונה ומנומקת תזכה ב 25 נקודות.
- יש לרשום בראש המחברת הראשונה את מספרי השאלות שנפתרו.

ב ה צ ל ח ה !

כל הזכויות שמורות ©
מבלי לפגוע באמור לעיל, אין להעתיק, לצלם, להקליט, לשדור, לאחסן מאגר מידע, בכל דרך
שהיא, בין מכנית ובין אלקטרונית או בכל דרך אחרת כל חלק שהוא מטופס הבחינה.

שאלה 1 (א) (14 נק') לחשב את הטור פוריה הממשי של

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x \leq \pi/2, \\ 0, & \pi/2 < x < \pi \end{cases}$$

ולחשב בעזרתו את הסכום $\frac{3}{4} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k-1}$

(ב) (11 נק') עבור הפונקציה $f(x) = \min(1, |x|)$ לחשב

$$\mu_0 = \min_{a,b \in \mathbb{C}} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - a - b \sin(7x)|^2 dx$$

שאלה 2 (א) (12 נק') להוכיח לפי הגדרת קושי שהפונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x + \sin x)^3 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

רציפה ב- $(0, 0)$. הערה: ניתן להשתמש באי-השוויון $|\sin x| \leq |x|$ לכל x ממשי.

(ב) (13 נק') לחשב $f_y(x, y)$ לכל (x, y) במישור ו- $f_{yx}(0, 0)$.

שאלה 3 (א) (12 נק') למצוא משוואת מישור משיק וישר נורמל למשטח $\cos(\pi x) - x^2 y + e^{xz} + yz = 4$ בנקודה $P_0(0, 1, 2)$.

(ב) (13 נק') למצוא את הערך המקסימלי שהפונקציה $f(x, y, z) = xyz$ מקבלת על פני כדור היחידה עם מרכזו בראשית הצירים.

שאלה 4 (א) (10 נק') יהי D תחום במישור עם פונקציית צפיפות שזהותית שווה ל-1. נסמן ב- x_0 את השיעור x של מרכז הכובד (מרכז המסה) של D . נסמן ב- C את שפת התחום בכיוון חיובי. לבדוק ש- $\int_C x^2 dy = 2 \cdot \text{area}(D) \cdot x_0$.

(ב) (15 נק') למצוא את הנפח של הגוף שחסום מלמעלה ע"י $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$ וחסום מלמטה

ע"י $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 2$.

שאלה 5 (א) (7 נק') להחליף סדר אינטגרציה באינטגרל הבא $\int_{-1}^0 \int_0^{|x|} \sin(x+3y) dy dx$. אין צורך לחשב

את האינטגרל.

(ב) (18 נק') למצוא את העבודה של השדה הווקטורי

$$\vec{F} = (x^{2015} e^{y^2} + x \ln(y+1), \frac{1}{1008} x^{2016} y e^{y^2} + \frac{x^2}{2(y+1)} + x)$$

לפי קו C הנתון ע"י $y = \sin(\frac{\pi}{2} x)$ מנקודה $(0, 0)$ לנקודה $(1, 1)$.